

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»

В. А. ТЕРЕХОВ

ЛОКАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
вузов Российской Федерации по образованию в области
радиотехники, электроники, биомедицинской техники
и автоматизации в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся по специальности
220201 «Управление и информатика в технических системах»*

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2011

УДК 62-503.5/681.53

ББК 3 965.4я7

T35

Терехов В. А.

T35 Локальные системы управления: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. 148 с.

ISBN 978-5-7629-1148-1

Излагаются основы функциональной, структурной и технической организации систем автоматического контроля, регулирования и управления в технических системах. Даются классифицирующие признаки локальных систем управления (ЛСУ), приводятся типовые функциональные структуры таких систем, рассматриваются типовые включения локальных систем в состав АСУ ТП. Рассмотрены расчетные математические модели одно- и многомерных объектов ЛСУ, модели сигнальных и параметрических возмущений. Главное внимание уделено принципам структурной организации систем регулирования объектов в условиях внешних детерминированных и случайных возмущений, объектов с запаздыванием, многомерных и многосвязных объектов. Большое внимание уделяется задачам получения измерительной информации и типовым законам регулирования, типовым системам промышленной автоматики; приводятся примеры построения типовых следящих систем и электрического привода.

Предназначено студентам старших курсов технических университетов и аспирантам, обучающимся по специальностям в области управления и информатики.

УДК 62-503.5/681.53

ББК 3 965.4я7

Рецензенты: кафедра информационно-измерительных технологий и систем управления СПбГТУРП; д-р техн. наук проф. В. В. Григорьев (СПбНИУ ИТМО).

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-1148-1

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
1. Функциональная организация локальных систем управления	7
1.1. Классифицирующие признаки ЛСУ	8
1.2. Функциональное назначение ЛСУ	9
1.3. Типовые функциональные структуры ЛСУ	11
1.3.1. Типовая функциональная схема ЛСУ промышленного применения	13
1.3.2. Типовая функциональная схема регулируемого электропривода (РЭП)	15
1.3.3. Типовая функциональная схема следящей системы	16
1.4. Реализация функций ЛСУ в составе автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП)	19
1.4.1. Системы централизованного контроля, регулирования и управления (СЦКРиУ)	20
1.4.2. Типовая АСУ ТП с супервизорным управлением	21
1.4.3. SCADA-системы	22
1.4.4. Типовые структуры распределенных систем управления	25
2. Расчетные математические модели объектов в локальных системах управления	29
2.1. Расчетная модель "вход/выход" одномерного объекта управления	30
2.2. Математические модели объектов управления	31
2.3. Примеры технологических объектов ЛСУ	33
2.3.1. Управление расходом жидкости (пульпы) в цилиндрическом резервуаре	33
2.3.2. Объекты с последовательным соединением звеньев	35
2.3.3. Составление структурных схем моделей объектов по заданной функциональной схеме	36
2.4. Модели возмущений одномерных объектов	40
2.4.1. Модель детерминированных сигнальных возмущений	40
2.4.2. Модель параметрических возмущений	41
2.4.3. Модель объекта при стохастических возмущениях	42
2.4.4. Теорема представления	45
2.5. Модели многомерных и многосвязных линейных объектов	47
2.5.1. Матричные передаточные функции	49
2.5.2. Уравнения состояния многосвязных объектов	50
2.6. Особенности моделей объектов регулирования в следящих системах и электрических приводах	56
3. Принципы построения ЛСУ	61
3.1. Регулирование по отклонению при возмущениях	62
3.2. Компенсация влияния возмущений	63
3.2.1. Прямое измерение сигнальных возмущений	63
3.2.2. Косвенное измерение сигнальных возмущений	65
3.3. Комбинированные системы регулирования	66
3.3.1. Непосредственное измерение возмущений	67
3.3.2. Косвенное измерение возмущений	68
3.3.3. Комбинированная следящая система	70
3.3.4. Регулирование объектов с изменяющимися параметрами	72
3.4. Регулирование объектов с запаздыванием	75
3.4.1. Учет влияния запаздывания на устойчивость замкнутого контура	77

3.4.2. Аппроксимация запаздывания рядом Падé	78
3.4.3. Упредитель Смита	79
3.4.4. Настройка регуляторов на объект с запаздыванием.....	80
3.5. Регулирование объектов при случайных возмущениях	81
3.5.1. Постановка задачи.....	82
3.5.2. Синтез минимально-дисперсного линейного регулятора.....	85
3.5.3. Теорема о минимально-дисперсном регуляторе.....	87
3.6. Регулирование многомерных многосвязных объектов	91
3.6.1. Автономность в задачах синтеза многосвязных систем.....	95
3.7. Адаптивные системы управления	96
3.7.1. Обсуждение подходов к построению адаптивных систем управления.....	100
4. Измерение и регулирование в ЛСУ	105
4.1. Устройства получения информации о состоянии процесса.....	105
4.1.1. Первичные измерительные преобразователи.....	106
4.1.2. Нормирующий преобразователь.....	109
4.2. Типовые регуляторы ЛСУ.....	113
4.2.1. Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон.....	115
4.2.2. Временные и частотные характеристики ПИД-закона.....	117
4.2.3. Модифицированные ПИД-законы.....	120
4.2.4. О критериях и методах настройки ПИД-регуляторов	123
4.2.5. Автоматическая настройка и адаптация.....	128
4.3. Типовые системы промышленной автоматики	132
4.3.1. Прецизионные системы стабилизации	132
4.3.2. Каскадное регулирование	135
4.3.3. Система регулирования соотношения.....	137
4.4. Регулируемый электропривод и следящие системы.....	139
4.4.1. Примеры типовых схем регулируемого электропривода.....	139
4.4.2. Комбинированная следящая система	142
Заключение	144
Список литературы.....	145

ПРЕДИСЛОВИЕ

Не для школы, а для жизни мы учимся.
Античный афоризм

Локальные (от лат. *localis* — *местный*) системы управления составляют обширный класс систем автоматического управления техническими объектами во всех сферах человеческой деятельности; на производстве и в быту, в науке и технике, — являясь основанием для создания более сложных иерархических, многоуровневых систем управления.

Предлагаемое вниманию студентов учебное пособие ставит своей целью ввести их в круг задач проектирования систем автоматического контроля, регулирования и управления, для краткости названных локальными системами управления (ЛСУ). Если быть более точным, то речь идет о некоторых задачах *эскизного* проектирования, когда на основе исходной информации об объекте и заданных целей управления осуществляется выбор принципа построения системы, анализа функциональных задач, способов их решения на основе доступной измерительной информации, предварительный выбор вариантов аппаратно-программных средств. Немаловажное значение имеет при этом выборе ориентация на техническую, а следовательно, и на экономическую эффективность будущей локальной системы и заложенная в начальной стадии способность ее к эволюции, совершенствованию. Для успешного решения далеко не всех перечисленных задач специалист должен обладать совокупностью знаний, позволяющих ему найти оптимальное решение проектируемой системы среди возможных.

Поставленная цель не может быть достигнута в полной мере в рамках ограниченного количества часов семестрового курса, в том числе в содержании и объеме настоящей книги. Поэтому в ней сделаны акценты на принципиальные идеи построения ЛСУ, среди которых преимущественно рассмотрены *типовые* структуры, типовые модели, типовые технические средства регулирования и получения информации. Особенностью пособия выступает сочетание в нем необходимо вводимых математических моделей для решения типовых задач регулирования и управления и изложение способов их технического решения с применением измерительных средств и регуляторов, предлагаемых фирмами-изготовителями. Это отличает предлагаемое издание от обычно стилистически более однородных по своему содержанию учебных пособий.

Излагаемый в книге материал опирается на знания, полученные студентами на предшествующих курсах по таким дисциплинам учебного плана, как

"Теория управления", "Электромеханические системы", "Микропроцессорные системы управления". Для успешного освоения материала настоящего учебного пособия необходимым является выполнение курсового проекта, где на примерах конкретных технических объектов решаются задачи построения соответствующей локальной системы управления.

Концепция и содержание пособия в основном сформировались в процессе чтения автором одноименного курса в течение более 10 лет студентам дневной и вечерней форм обучения. Дополнительно к числу традиционных тем лекционного материала в пособие включены сведения об измерениях регулируемых величин, о технической реализации современных типовых регуляторов. По ряду вопросов читатель отсылается к источникам преимущественно учебного характера. По фактическому материалу приводятся ссылки на тематические сайты в Интернете (по состоянию на момент подготовки рукописи к изданию).

Автор признателен проф. Н. Н. Кузьмину и доц. А. А. Алексееву за поддержку издания учебного пособия, студентам Юлии Соколинской и Олегу Бейсенбаеву за помощь в процессе подготовки рукописи к изданию, а также доц. Н. В. Соловьеву за содержательные обсуждения курса лекций по ЛСУ в течение многих лет совместной работы.

Автор благодарен зав. кафедрой информационно-измерительных технологий и систем управления Санкт-Петербургского государственного технического университета растительных полимеров, д-ру техн. наук проф. Г. А. Кондрашковой и д-ру техн. наук проф. В. В. Григорьеву за их труд по рецензированию рукописи пособия и ценные замечания, способствовавшие совершенствованию учебного пособия по существу его содержания.

Свою глубокую благодарность автор приносит редактору Т. А. Лунаевой за кропотливую работу по подготовке рукописи к изданию.

1. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ЛОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В областях промышленного производства и техники наибольший интерес с точки зрения широты применения представляют три класса систем автоматического управления: *локальные* системы контроля, регулирования и управления (ЛСКРиУ), системы *централизованного* контроля, регулирования и управления (СЦКРиУ) и системы *децентрализованного* управления.

Централизованное управление доминировало в начальный период возникновения и внедрения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП), где системообразующую функцию в составе технических средств автоматизации выполняли управляющие вычислительные машины (УВМ). Последние имели возможность непосредственно вырабатывать управляющие воздействия на исполнительные устройства и органы объектов. Такие системы с прямым цифровым управлением, однако, имели существенный недостаток: при отказах (сбоях) в работе УВМ объекты теряли управление со всеми вытекающими отсюда последствиями. Распределенная организация процессов управления позволила устранить этот недостаток. Тем не менее централизованный принцип управления в АСУ ТП сохранил свое значение при использовании современных коммуникационных технологий.

Наиболее перспективным направлением децентрализации стал принцип *распределенной* организации систем управления, базирующийся на функционально-целевой и топологической децентрализации сложного многокомпонентного объекта управления. При этом системы первого класса являются локальными подсистемами *распределенной системы управления* (РСУ). Указанные подсистемы функционально связаны между собой каналом передачи цифровой информации со стандартным протоколом обмена (подробнее см. 1.4).

Системы автоматизации управления первого класса — ЛСКРиУ, далее *локальные системы управления* (ЛСУ) — образуют нижний слой современных систем автоматизации управления объектами промышленного производства самых различных областей техники, научных исследований. Именно этот класс систем управления в технических системах является предметом изучения в настоящем учебном пособии.

В главе формулируются доминирующие признаки ЛСУ, независимые от конкретной принадлежности к той или иной предметной области управляемых объектов, от физической природы процессов в них, технологий и принципов действия. Другими словами, речь пойдет об *инвариантах*, определяю-

ших типовые методы функциональной организации ЛСУ в зависимости от типовых функций, возлагаемых на них. Рассматриваются классы ЛСУ, базовые структуры, характерные для множества конкретных приложений в самых различных отраслях промышленности и техники. Дается краткое введение в принципы интеграции локальных систем в более сложные по своей архитектуре комплексы на основе локальных вычислительных сетей.

1.1. Классифицирующие признаки ЛСУ

Определим набор признаков, характерных для рассматриваемого класса автоматических систем управления и принятых в настоящей книге¹:

- функциональная полнота и конструктивная завершенность;
- территориальная сосредоточенность;
- условная информационная мощность;
- наличие интерфейса для интеграции ЛСУ в системы более высокого ранга.

Рассмотрим подробнее содержание этих признаков.

Функциональная полнота означает, что в ЛСУ осуществляется следующий набор функций:

- измерение и унификация сигналов, характеризующих текущее состояние системы управления;
- контроль состояния управляемого объекта;
- регулирование режимных параметров (переменных);
- управления состоянием;
- отображение и документирование информации;
- обмен текущей измерительной информацией с вышестоящим уровнем иерархии управления.

Набор этих признаков обеспечивает автономность функционирования ЛСУ в соответствии с поставленной технологической целью и возможность интеграции ЛСУ в систему более высокого уровня управления.

Конструктивная завершенность подразумевает изготовление и монтаж комплекса технических средств (ТС) на основе унифицированных стоек, шкафов, щитов и кожухов, обеспечивающих длительную эксплуатацию и обслуживание ЛСУ.

Территориальная сосредоточенность означает, что комплекс ТС ЛСУ располагается непосредственно в технологической зоне объекта либо встраи-

¹ При рассмотрении локальных систем управления конкретными объектами может оказаться более содержательной иная точка зрения на состав классифицирующих признаков.

вается в тело объекта. Степень сосредоточенности определяется, в частности, допустимой длиной каналов передачи измерительной информации в системе в виде *унифицированных сигналов (УС)*.

Информационная мощность — число параметров контроля, регулирования и управления объектом автоматизации. Физически — это общее число входных аналоговых, цифровых, дискретных, логических сигналов комплекса ТС. Условно принято считать *малой* информационной мощностью число параметров до 256; *средней* — от 256 до 600; *повышенной* — от 600 до 1600 и свыше 1600 параметров — *большой* информационной мощностью. ЛСУ относятся к системам малой информационной мощности.

Наличие интерфейса диктуется возможной интеграцией ЛСУ как подсистем в систему более высокого уровня иерархии управления, в частности, в качестве подсистем РСУ на основе локальных вычислительных сетей. Для этого используются интерфейсные модули, реализующие стандартный протокол обмена информацией.

1.2. Функциональное назначение ЛСУ

В состав ЛСУ входят объект управления и комплекс ТС, необходимых для выполнения возложенных на нее технологических задач, подчиненных заданным целям и качеству функционирования. Для этого ЛСУ выполняет *основные* функции (измерение, контроль, регулирование, управление) и *вспомогательные*, связанные с обслуживанием ЛСУ, обеспечивающие документирование текущих процессов в системе и связь с системой более высокого уровня иерархии управления.

Рассмотрим указанные функции подробнее.

Измерение — это нахождение значения физических, механических, химических и прочих параметров автоматизируемого объекта управления опытным путем с помощью технических средств. В результате устанавливается численное соотношение между измеренной величиной и величиной, принятой в качестве *меры*.

Измерение физических параметров в ЛСУ проводится с помощью *датчиков*, или *первичных* измерительных преобразователей [1], с последующим преобразованием результата измерения — электрического сигнала малого уровня — в форму, удобную для передачи по каналу связи на расстояние. Это преобразование выполняется с помощью *вторичных* преобразователей, чаще называемых *нормирующими*. Выходными сигналами таких преобразователей являются унифицированные сигналы, обеспечивающие стандартизо-

важное информационное сопряжение (интерфейс) между блоками, приборами и иными ТС ЛСУ. Распространенными видами УС в ЛСУ являются сигналы четырех групп: 1) электрические сигналы тока и напряжения; 2) частотные электрические непрерывные сигналы; 3) электрические кодированные сигналы; 4) электрические импульсные (дискретные) сигналы.

В ЛСУ входят четыре основных измеряемых и регулируемых параметра, характерных для большинства технологических объектов управления (ТОУ) (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Теплоэнергетические величины	Электроэнергетические величины	Механические величины	Физико-химические величины
Температура, T [$^{\circ}\text{C}$]	Сила тока, I [А]	Длина, L [м]	Объемная концентрация вещества V , φ_V
Давление, p [н/м ²]	Напряжение постоянного и переменного тока, U [В]	Масса, m [кг]	Массовая концентрация вещества V , w_V
Перепад давления, Δp [н/м ²]	Полная (активная) мощность, W [Вт]	Время, t [с]	Количество вещества, N [моль]
Вакуум, p [н/м ²]	Круговая частота, ω [рад/с]	Плоский угол, α , φ , ν [рад]	Влажность веществ и материалов, A [г/м ³]
Уровень, H [м]	Частота, f [Гц]	Угловая скорость, ω [рад/с]	Состав газовых смесей
Объемный расход жидкости, газа, V [м ³ /с]	Магнитная индукция, B [Тл]	Момент сил, M [н · м]	Состав жидкостей и твердых тел
Массовый расход, M [кг/с]	Электрическая проводимость, S [сим]	Момент инерции, J [кг · м ²]	—
Тепловой поток, Φ [Вт]	Электрическое сопротивление, R [Ом]	Динамическая вязкость, μ [н · с/м ²]	—

Примечание. В табл. 1.1 указаны рекомендуемые обозначения и единицы измерения большинства приведенных параметров в международной системе единиц (СИ).

Собственно принцип измерений неэлектрических величин основан на использовании какого-либо физического явления или эффекта [2].

Контроль — это установление соответствия между состоянием или свойством объекта и заданной для этого объекта *нормой*, качественно определяющей возможные различные состояния или свойства объекта, например, "холодно — тепло", "много — мало" и т. п. Результаты контроля используются как для оценки состояния ЛСУ (объекта управления), так и для реализации функции управления состоянием с помощью логических устройств или так называемых "нечетких регуляторов".

Регулирование — воспроизведение режимных параметров состояния объекта на его выходах в соответствии с заданной функцией (стабилизация значения параметра, воспроизведение заданной временной программы, слежение или воспроизведение полезного сигнала, в том числе в условиях помех). Соответственно, различают системы *автоматической стабилизации, программного регулирования и следящие системы*.

Управление — изменение состояния объекта с целью достижения желаемого качества его функционирования в эксплуатационных условиях в течение длительного срока работы. Например, в процессе работы системы объект изменяет свои свойства под влиянием внешних и внутренних возмущений. Тогда с помощью специальных аппаратных и программных средств в составе ЛСУ осуществляется коррекция управляющих воздействий на объект с целью компенсации влияния этих возмущений. Такое управление называют *адаптивным* по отношению к возмущениям: ЛСУ в целом "приспосабливается" к изменениям условий функционирования объекта. Другой пример управления состоянием — *оптимизация* качественных показателей работы системы путем формирования наилучших в каком-либо смысле законов управления.

Вспомогательные функции ЛСУ заключаются в обеспечении необходимого контроля со стороны обслуживающего персонала (оператора) за всем комплексом средств ЛСУ, включая объект. К основным составляющим контроля относятся наблюдение и регистрация (документирование) текущей информации о состоянии системы, обеспечение мер аварийной защиты и сигнализации, ручное (при необходимости) управление объектом, интерфейс с верхним уровнем управления при работе ЛСУ в составе распределенных систем управления. В последующем изложении вспомогательные функции не рассматриваются. Для ознакомления с принципами их реализации необходимо обратиться к соответствующим руководствам.

1.3. Типовые функциональные структуры ЛСУ

Исторически развитие автоматики [3] шло от автоматического контроля технологических процессов на железнодорожном транспорте, в метеорологии, сейсмологии для регистрации параметров, критических и аварийных ситуаций, обнаружения предельных состояний, т. е. как раз от тех вспомогательных функций, о которых выше шла речь. Параллельно началось становление нового прикладного направления — создания сложных инженерных устройств в производстве, связи, военном деле (устройств автоматического управления и автоматического регулирования).

Задача автоматического управления в начальный период возникла и получила практическое приложение прежде всего в военной сфере, в "минном деле", а в более общем виде ставилась как задача по созданию совокупности методов и средств, обеспечивающих выполнение того или иного технического процесса (управление взрывом мины, процесс демпфирования колебаний, телеграф, дистанционное управление стрельбой из орудия, автоматические телефонные станции и др.) по определенным, заранее составленным программам и без применения обратных связей.

Задача автоматического регулирования с применением обратных связей впервые возникла и решалась в теплотехнике (автоматический регулятор уровня воды в паровом котле И. И. Ползунова; центробежный регулятор угловой скорости для паровых машин Дж. Уатта; регуляторы давления, электрического тока). Состав объектов автоматического регулирования пополнялся главным образом разного рода техническими установками, а затем и технологическими процессами: двигателями внутреннего сгорания, ветряными двигателями, электрическими двигателями, сварочными аппаратами, разнообразными тепловыми агрегатами.

Важным результатом первых опытов автоматизации достаточно сложных технических процессов явилась потребность в решении задач *автоматического слежения*. Одним из первых примеров решения этой задачи является создание первых следящих систем наведения орудий береговой артиллерии (А. П. Давыдов, 1877). Впоследствии эта техническая задача автоматики в теории и практике автоматического регулирования выделилась в мощное самостоятельное направление. Автоматические следящие системы выполняют функции усилителей мощности (так называемые "следящие электроприводы"), устройств синхронизации скоростей вращения многих машин, например, в бумагоделательном производстве, в системах слежения антенн радиотелескопов и т. д. Таким образом, можно говорить о специфическом классе автоматических систем с обратной связью, имеющем свои обширные области применения.

В XX в. самое широкое распространение получили такие преобразователи электрической энергии в механическую, как электрические приводы (*электроприводы*), осуществляющие перемещения исполнительных или регулирующих органов (ИО, РО) объектов управления. Основным функциональным элементом электроприводов (ЭП) являются электрические двигатели (ЭД) постоянного и переменного токов. Эксплуатация ЭД потребовала своего управления, так как перемещение ИО технологических объектов происходит в ре-

жимах разгона и торможения, реверса, изменения скорости вращения и синхронизации скоростей в многомашинных комплексах при переменных моментах нагрузки. Выполнение этих режимов привело к появлению теории регулируемых (управляемых) электроприводов со специфическими особенностями расчета и проектирования. Однако принципы теории управления в полной мере распространяются на проектирование регулируемого (управляемого) ЭП.

Отсюда область локальных систем управления в силу исторически сложившихся направлений и практических приложений теории автоматического контроля, регулирования и управления техническими объектами может быть ограничена тремя классами систем:

- системы *контроля, регулирования и управления* промышленной автоматики, объектами которых служат установки, аппараты технологических процессов произвольной природы;
- *регулируемые* (управляемые) *электроприводы* для приведения в действие рабочих (исполнительных) органов технологических объектов;
- *следающие системы* для воспроизведения перемещений технических объектов по произвольным ограниченным траекториям и со скоростью в широком диапазоне ее изменения.

1.3.1. Типовая функциональная схема ЛСУ промышленного применения

Характерной особенностью приводимой ниже функциональной схемы ЛСУ (рис. 1.1) является преимущественное использование в ней промышленных регуляторов с типовыми законами регулирования (управления). В схеме на рис. 1.1 приняты следующие обозначения: ТОУ — технологический объект управления, образованный собственно объектом регулирования (ОР) со встроенным регулирующим органом (РО); ЛР — локальный регулятор, в состав которого входят регулирующее устройство (РУ) и блок задания (БЗ). Изменение положения РО выполняет стандартное исполнительное устройство (ИУ); измерительная система (ИС) образована датчиком (Д) регулируемого параметра объекта x и измерительными (нормирующими) преобразователями (ИП1/НП1 и ИП2/НП2). Перечисленные функциональные элементы образуют замкнутый контур с отрицательной обратной связью по регулируемому параметру x . Целью ЛСУ является воспроизведение на выходе объекта x заданного значения (функции) g . Для этого в РУ вычисляется сигнал рассогласования $\varepsilon = g - y$, который преобразуется в регулирующее воздействие μ в соответствии с типовым законом регулирования: пропорционально-интегральным (ПИ) либо пропорционально-интегрально-дифференциальным (ПИД).

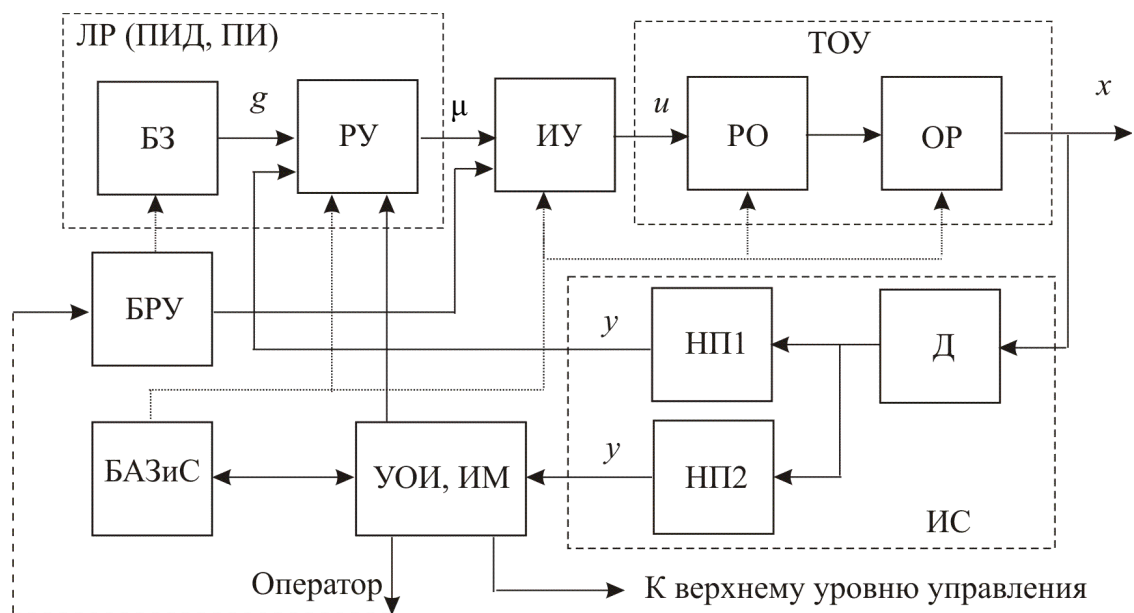


Рис. 1.1

Остальные функциональные элементы схемы относятся к числу вспомогательных: УОИ — устройство отображения информации; ИМ — интерфейсный модуль; БРУ — блок ручного управления системой оператором; БАЗиС — блок аварийной защиты и сигнализации. Пунктиром отмечены возможные каналы воздействий; БРУ обслуживается либо извне, либо оператором. Дополнительный измерительный преобразователь ИП2 служит для резервирования канала измерения регулируемого параметра объекта с целью повышения надежности функционирования ЛСУ. Возможны и другие способы решения этой задачи.

Типовая схема ЛСУ промышленного применения предполагает использование унифицированных, типовых средств для своей реализации, выпускаемых фирмами — производителями технических средств автоматики. В их числе помимо регулятора прежде всего назовем ИУ. Наиболее распространенными являются электромеханические ИУ с асинхронными электродвигателями переменного тока, встроенным редуктором, датчиками обратной связи, индикаторами положения и защитными средствами, в том числе для ручного перемещения РО объекта.

Приведенная функциональная схема ЛСУ иллюстрирует классическую схему с обратной связью и предназначена для стабилизации и программного регулирования. Но диапазон применения такой ЛСУ не ограничен производственными технологическими процессами, по этой схеме строится множество систем автоматической стабилизации в непромышленной сфере.

1.3.2. Типовая функциональная схема регулируемого электропривода (РЭП)

Электрический привод — это электромеханическая система для приведения в движение ИО рабочих машин и управления этим движением для целей технологического процесса. Современный электропривод — это совокупность множества электромашин, аппаратов и систем управления ими. Он является основным потребителем электрической энергии (до 60 %) и главным источником механической энергии в промышленности¹.

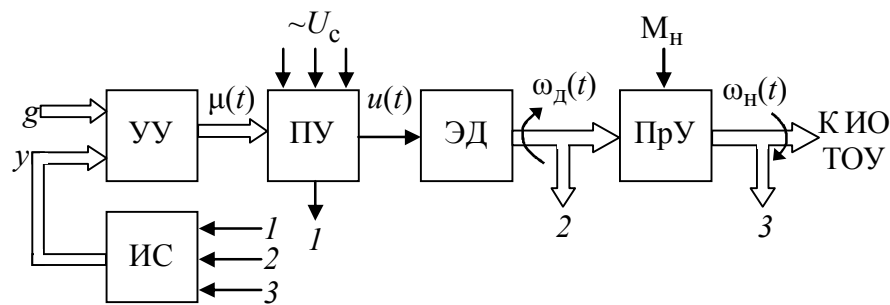


Рис. 1.2

Самыми простыми ЭП являются нерегулируемые, как правило, односкоростные и работающие в режимах "пуск" и "останов". Но преимущественно промышленностью производятся многочисленные модификации регулируемых (используется также термин "управляемых") ЭП. В них регулируемым параметром является частота вращения, осуществляется управление режимами пуска и торможения ЭД в соответствии с режимами работы технологического процесса. Способ и технические средства регулирования зависят от типа двигателя. Так, для машин переменного тока применимо управление частотой, током в роторе, переключением пар полюсов статора. Для коллекторных машин применимо регулирование напряжения. Типовая функциональная схема регулируемого ЭП показана на рис. 1.2. На схеме рис. 1.2 обозначены: УУ — управляющее устройство; ПУ — передаточное устройство; ИС — измерительная система, образующая вместе с УУ информационную часть регулируемого электропривода, а ПУ, ЭД и преобразовательное устройство (ПрУ) — его силовую часть.

Доминирующую роль при создании или выборе типового промышленного РЭП играет выбор ЭД по его техническим характеристикам: по роду тока; номинальному напряжению и мощности; частоте вращения; виду механической характеристики; перегрузочной способности; пусковым, регулиро-

¹ См. Электрический привод. URL: <http://ru.wikipedia.org>.

вочным и тормозным свойствами и т. д., также имеет значение конструктивное исполнение двигателя по способу монтажа и крепления для установки в конкретный технологический объект.

Передающее устройство ПУ в современных РЭП представляет собой тиристорный, управляемый сигналом $\mu(t)$ с выхода УУ преобразователь сетевого одно- или трехфазного напряжения переменного тока U_c в управляющее воздействие $u(t)$. Наибольшее распространение в промышленном электроприводе получили тиристорные преобразователи, построенные по принципу *импульсно-фазового управления* (СИФУ). Подробнее со схемотехническими решениями таких преобразователей можно ознакомиться в книгах и учебных пособиях по регулируемому (управляемому) электроприводу [4]—[7].

ПрУ служит переходным кинематическим механизмом между ЭД привода и исполнительным органом технологического объекта управления. Его выход — чаще всего регулируемая скорость вращения ИО объекта $\omega_H(t)$, создающего момент сил M_H нагрузки на ЭП (на рис. 1.2 этот момент условно показан приведенным к валу ЭД).

Возмущениями на ЭП являются: колебания в производственных условиях напряжения сети U_c , изменения момента сил нагрузки M_H , изменения скорости вращения выходного вала ПрУ под влиянием изменения момента сил нагрузки. Все эти возмущения могут быть измерены, что показано на рис. 1.2 цифрами 1, 2 и 3, введены в измерительную систему ИС и использованы для формирования УУ соответствующих сигналов рассогласования и регулирующих воздействий на функциональные блоки РЭП. В такой структуре регулируемого ЭП главная обратная связь образуется каналом измерения (например, как это показано на рис. 1.2) угловой скорости вращения $\omega_H(t)$ выходного вала кинематического ПрУ. Собственно ТОУ оказывается вне контура главной обратной связи РЭП, а "объектом" регулирования в РЭП служит кинематический механизм — преобразовательное устройство ПрУ. Типовые примеры регулируемых ЭП приводятся в 4.4.

1.3.3. Типовая функциональная схема следящей системы

Следящие системы (СС) образуют особый класс ЛСУ, имеют свою историю, свои обширные области приложений [8]—[10]. Даже развитие общей теории управления в технических системах во многом определялось достижениями в теории следящих систем. Области применения СС: корабельная и

бортовая автоматика, промышленное производство (стальной прокат, бумага), разнообразные стационарные и подвижные наземные системы (навигация, связь, радиоастрономия и многое другое). Принципы действия СС соответствуют принципам теории управления. На практике по принципу построения СС разделяют на позиционные, скоростные и комбинированные.

Позиционные СС осуществляют дистанционную передачу углового или линейного перемещения с большим моментом сил для приведения в действие подвижных объектов: антенн радиолокаторов, орудийных стволов, военных и промышленных объектов и т. д. Такие системы являются по своей сути дистанционными усилителями механической мощности.

Частным, но важным примером позиционных СС служат приборные и бортовые (авиакосмические) СС. Первые из них предназначены для научно-исследовательских целей в разнообразных областях науки (например, высокоточные самопишущие приборы); вторые выполняют бортовые функции, где необходимо развивать момент сил, например, в рулевых приводах автопилотов.

Скоростные, или интегрирующие, СС обеспечивают высокоточное воспроизведение линейной и угловой скоростей, синхронизацию скоростей вращения множества электроприводов.

Комбинированные СС сочетают свойства позиционных и скоростных СС с целью решения задачи высокоточного позиционирования положения и скорости воспроизводимого сигнала на выходном валу кинематического механизма СС.

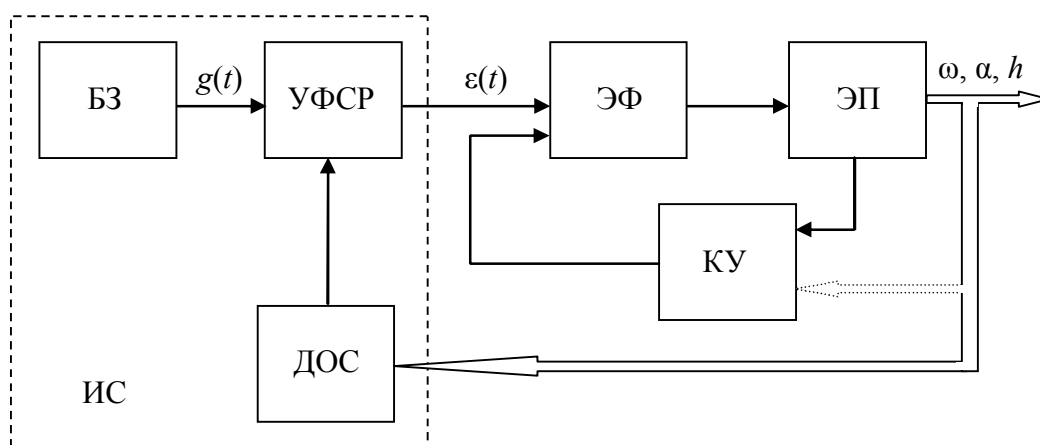


Рис. 1.3

С рядом интересных примеров СС можно ознакомиться в [8]. Типовая функциональная схема СС приведена на рис. 1.3. Эта схема содержит две основных подсистемы: ИС — измерительная система и управляемый электропривод, включающий в себя собственно ЭП; усилитель слабых сигналов с формирующим требуемую частотную характеристику электронным фильт-

ром ЭФ и корректирующие устройства КУ для обеспечения необходимых динамических свойств.

ИС осуществляет высокоточное вычисление сигнала ошибки между заданным для воспроизведения сигналом $g(t)$ с БЗ и текущим значением воспроизведенной величины — либо угловой скорости $\omega(t)$, либо угловых и линейных перемещений $\alpha(t)$, $h(t)$. Для этого в схеме ИС используется высокоточный задатчик БЗ воспроизводимого параметра, в главной обратной связи того же класса точности — датчик обратной связи (ДОС) и высокоточное устройство формирования сигнала рассогласования УФСР. ИС следящих систем — особенность, выделяющая этот класс ЛСУ среди остальных. В силу высоких требований к точности и надежности функционирования для реализации ИС СС используются прецизионные измерительные устройства.

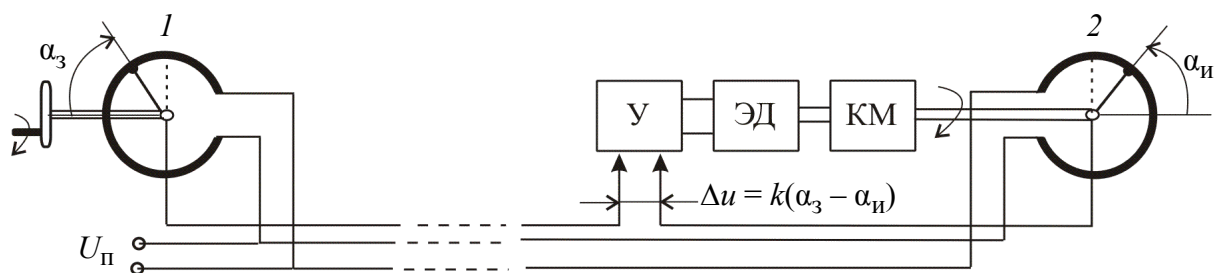


Рис. 1.4

Для иллюстрации приведем два распространенных в технике СС примера дистанционной высокоточной передачи (измерения) угловых перемещений. На рис. 1.4 изображена мостовая схема дистанционной передачи углового перемещения α_3 , задаваемого вращением движка высокоточного проводящего потенциометра 1. На приемной стороне используется точно такой же измерительный потенциометр 2, контактный движок которого поворачивается электрическим микродвигателем ЭД с кинематическим механизмом (КМ). Оба потенциометра включены по мостовой схеме, питаются от одного источника питания. При рассогласовании углов на передающей и приемной сторонах в диагонали моста возникает напряжение рассогласования Δu , которое через усилитель (У) приводит в действие кинематический механизм. Коэффициент $k = U_n/\alpha$, где α — полный угол катушки потенциометров 1 и 2. Очевидно, что мостовая схема будет уравновешена, если на передающей стороне и на приемной углы α_3 и α_n будут равными.

Другим распространенным примером дистанционного измерения угловых перемещений служат ИС, в которых используются разнообразные ин-

дукционные датчики¹. Одним из них является сельсин. С помощью пары сельсинов, работающих на переменном токе (на частотах 50, 400 и реже 500 Гц), угловые перемещения могут быть измерены с погрешностью до $\pm 0,25$ угловых градусов. Функциональная схема дистанционного измерения (передачи) значения углового перемещения с помощью пары сельсинов приведена на рис. 1.5.

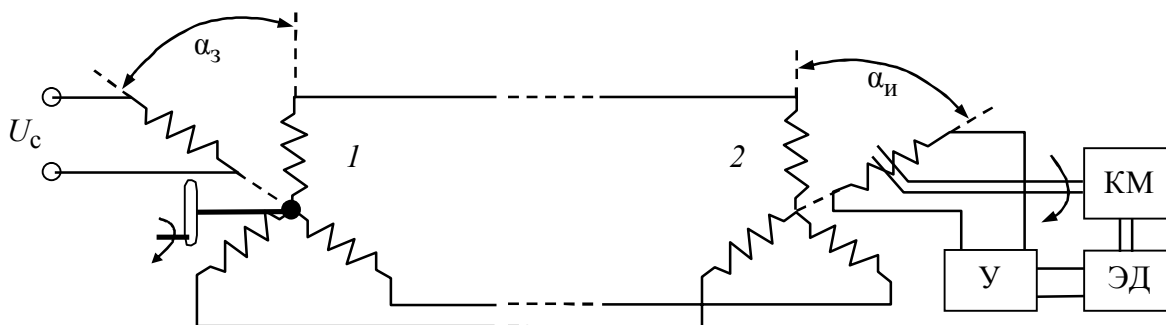


Рис. 1.5

На передающей стороне сельсин-датчик формирует напряжение на обмотках ротора, зависящее от их положения (угол α_3) относительно статорной обмотки, питаемой напряжением переменного ток U_c . Сельсин-приемник работает в трансформаторном режиме. Результирующий магнитный поток статорной обмотки сельсин-трансформатора 2 наводит в его роторной обмотке напряжение переменного тока, величина которого зависит от углов положения роторов сельсин-датчика 1 и сельсин-трансформатора 2. Напряжение сигнала рассогласования Δu на входе $У$ зависит от разности углов $\alpha = \alpha_3 - \alpha_{II}$ и изменяется согласно формуле $\Delta u = U_{\max} \cos \alpha$. Перед началом работы в обеих схемах на передающей и приемной сторонах необходимо начальное согласование нулевого положения, а в сельсинных парах — компенсация остаточного переменного напряжения. Пример построения следящей систем приведен в 4.3. Для более глубокого изучения измерительных систем в СС следует обратиться к специальной литературе, например, к [10].

1.4. Реализация функций ЛСУ в составе автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП)

Локальные системы по определению обладают функциональной полнотой, являются автономными системами, т. е. могут функционировать самостоятельно в соответствии с поставленными целями. Однако в сложных технологических системах, какими являются АСУ ТП (с участием человека в управлении),

¹ zachita.ielectro.ru/news49358/index.html.

ЛСУ, являясь подсистемами, должны иметь возможность взаимодействовать между собой, корректировать свою работу по командам человека-оператора или управляющего устройства верхнего уровня управления. Для этого в своем комплексе аппаратно-программных средств ЛСУ имеют интерфейсный модуль, необходимый для организации информационного обмена в составе комплекса ТС АСУ ТП. Существует ряд методов интеграции ЛСУ в составе АСУ ТП. Если обратиться к истории, то можно проследить эволюцию АСУ ТП, функциональными подсистемами которых были ЛСУ.

1.4.1. Системы централизованного контроля, регулирования и управления (СЦКРиУ)

СЦКРиУ строились по принципу иерархического подчинения. Типовая структура СЦКРиУ изображена на рис. 1.6. Для таких систем характерны дистанционный контроль, регулирование и управление, что позволило территориально отделить процессы контроля и управления технологическими процессами от самого ТОУ, за исключением функций измерений технологических параметров в локальных подсистемах, функций ИУ, аварийной сигнализации и

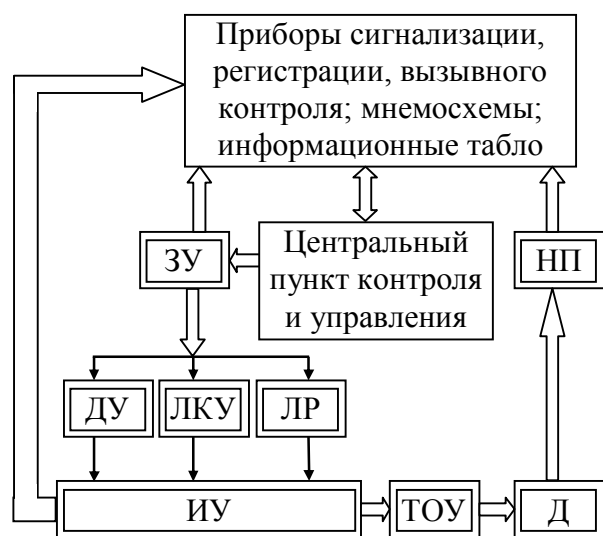


Рис. 1.6

защиты. Поэтому в дополнение к функциям ЛСУ в СЦКРиУ появились функции дистанционного или *супервизорного* управления (ДУ) и логико-командного управления (ЛКУ). В состав ТС вошли центральный пульт контроля и управления со средствами передачи сигналов от датчиков Д и нормирующих преобразователей, задающие устройства (ЗУ), приборы сигнализации, регистрации, вызывного контроля, мнемосхемы, табло. Регулирование локальных ТОУ

осуществлялось ЛР. Фундаментальным недостатком СЦКРиУ стал сам принцип централизации управления сложным ТП, чрезмерное усложнение функций оператора на центральном пульте контроля и управления, стоимость кабельной продукции для реализации каналов передачи всех измерительных данных на центральный пульт ("медь стала дороже золота"), ненадежность и невысокая живучесть (повышенная степень деградации) системы в целом при сбоях в передаче низкоуровневых сигналов, проблемы в развитии системы в процессе ее эволюции. Вследствие этих недостатков и по мере внедрения

УВМ в состав комплекса ТС АСУ ТП идея централизации в том ее виде, как это показано на рис. 1.6, претерпела изменения.

1.4.2. Типовая АСУ ТП с супервизорным управлением

Сохраняя идеологию централизации в целом, УВМ сохранила за собой функцию супервизорного или дистанционного управления (рис. 1.7) локальными подсистемами через воздействия на ЛР в этих подсистемах. Основная задача УВМ — автоматическое поддержание технологических процессов в локальных подсистемах вблизи оптимального режима. Кроме этой задачи супервизорное управление позволяет оператору (Оп) использовать плохо формализуемую информацию о протекании ТП, вводя с УВМ через устройства связи с объектами (УСО) требуемую коррекцию заданий для любой из ЛСУ. Например, оператор вводит необходимые изменения в управление процессом при изменении качества перерабатываемого сырья, что эквивалентно изменению исходной математической модели объекта. В этих случаях УВМ может пересчитать параметры настроек ЛР.

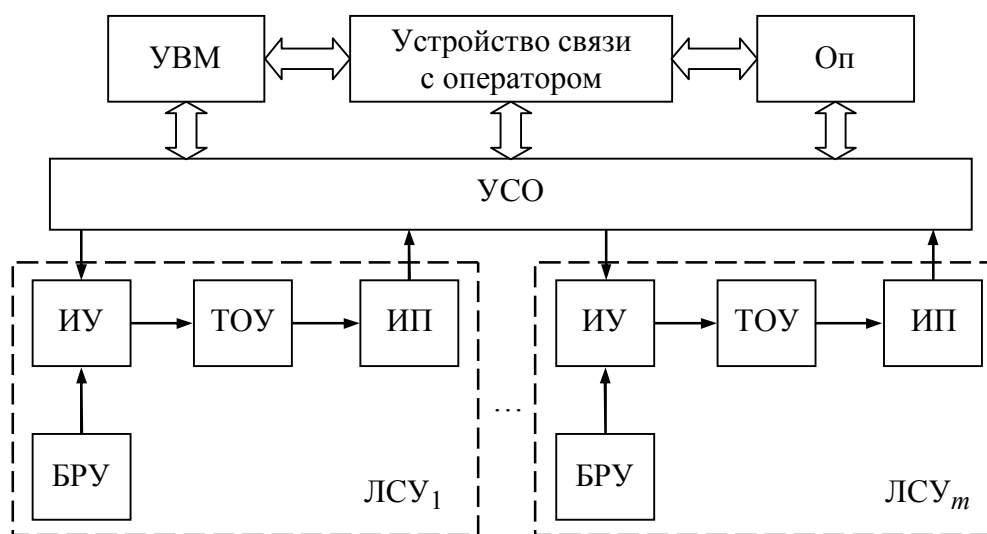


Рис. 1.7

Но супервизорный режим управления сохраняет саму идею централизованного управления и работоспособность (надежность, живучесть) системы в целом определяется надежностью работы УВМ. Централизация экономически и технически оправдывает себя при сравнительно небольшой информационной мощности и территориальной сосредоточенности, т. е. в условиях, характерных для локальных систем управления. Тем не менее по мере совершенствования телекоммуникационных технологий централизация как принцип не теряет своей привлекательности при проектировании систем управления множеством территориально рассредоточенных локальных объектов, функцио-

нально связанных между собой в систему со своей глобальной целевой функцией. Широко известным примером реализации систем управления такого рода служит SCADA-система (Supervisory Control And Data Acquisition system — система сбора данных и оперативного диспетчерского управления) [11].

1.4.3. SCADA-системы

Термин SCADA обычно ассоциируется с централизованным контролем и управлением системой или комплексами систем, расположенных на большой территории между промышленной установкой и комплексом ТС¹. Под SCADA-системой подразумевают программно-аппаратный комплекс, предназначенный для решения комплекса задач АСУ ТП:

- обмен данными с УСО (т. е. с промышленными контроллерами и платами ввода/вывода) в реальном времени через драйверы;
- обработка информации в реальном времени;
- отображение информации на экране монитора в удобной и понятной для человека форме;
- ведение базы данных реального времени с технологической информацией;
- аварийная сигнализация и управление тревожными сообщениями;
- генерирование отчетов о ходе технологического процесса;
- осуществление сетевого взаимодействия SCADA и ПК;
- обеспечение связи с внешними приложениями (СУБД, электронные таблицы, текстовые процессоры и т. д.);
- SCADA-системы позволяют разрабатывать АСУ ТП в клиент-серверной или в *распределенной* архитектуре.

Следуя [11], приведем краткое описание типовой структуры SCADA-системы, изображенной на рис. 1.8. Это полностью компьютеризованная система, в которой уже на уровне ЛСУ аналоговый интерфейс 4...20 мА (см. 4.1) заменен коммуникационной технологией, объединяющей датчики, исполнительные устройства в единую цифровую сеть стандарта Fieldbus. Такая замена позволяет существенно снизить затраты на кабельную продукцию, так как 2-, 3-, 4-проводные кабели, идущие от множества датчиков ЛСУ, ИУ заменяются на один малопроводной кабель. Применение так называемых "интеллектуальных", т. е. снабженных собственными процессорами, датчиков и ИУ

¹ Существуют различные точки зрения. См., например, SCADA. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/SCADA>.

позволяет реализовать функции самодиагностики измерительных цепей, каналов команд от ИУ к регулирующим органам ТОУ. Для сетей Fieldbus наиболее популярными являются модификации протоколов обмена Profibus фирмы "Siemens" и Foundation Fieldbus. Самой простой, дешевой и широко распространенной считается промышленная сеть Modbus/RS-485 американской фирмы "MODICON".

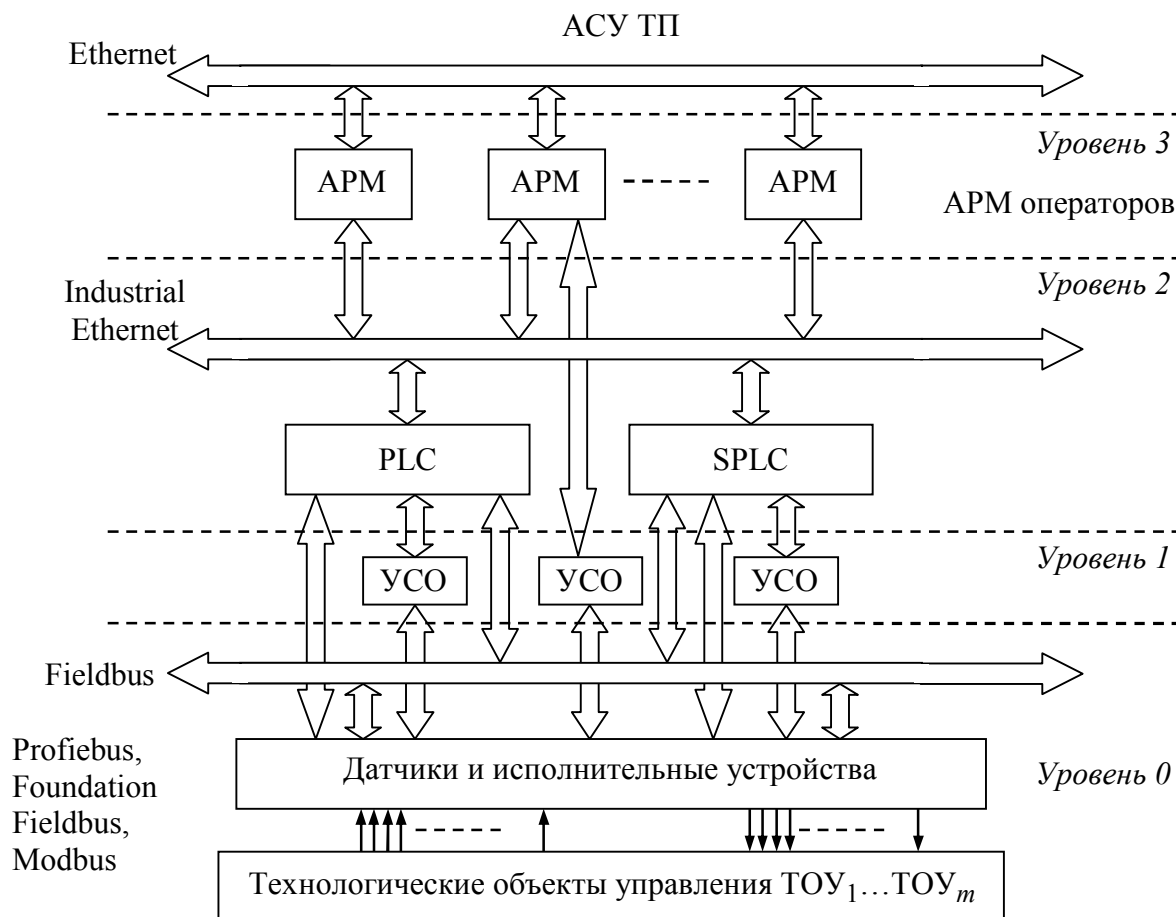


Рис. 1.8

Рассмотрим рис. 1.8. Уровень 1 реализует двухстороннюю связь через УСО с ЛСУ, выдает на ТОУ унифицированные аналоговые и дискретные сигналы регулирования и управления. Устройства связи с объектами являются "безынициативными", т. е. они пассивны, работают под управлением своих контроллеров, располагаются в технологической зоне ТОУ в ЛСУ. Таким образом, уровни 0 и 1 образуют нижний уровень АСУ ТП, обслуживающий систему непосредственно в рабочей зоне объектов контроля, регулирования и управления. Уровень 2 — уровень регулирующих и управляющих контроллеров двух типов: PLC (Programmable Logic Controllers) и SPLC (Soft Programmable Logic Controllers). Первые из них реализуют стандартные (типовые) законы регулирования; вторые предназначены для свободного программирования

ния нетиповых алгоритмов управления. С этой целью программы в виде EXE-файлов загружаются в SPLC с IBM PC. Программирование обоих типов контроллеров осуществляется в соответствии со стандартом МЭК IEC 1131-3.

Контроллеры уровня 2 имеют связь со станциями (АРМ) уровня 3 через канал связи Industrial Ethernet (промышленный вариант сети Ethernet).

Уровень 3 — уровень диспетчеризации и супервизорного управления всем технологическим процессом по принципу безщитовой автоматики (как то имело место в СЦКРиУ). Техническая база уровня 3 — станции либо на основе промышленных контроллеров, либо в виде типовых АРМ, совместимых с IBM PC.

На уровне 3 данные собираются и форматируются таким способом, чтобы оператор диспетчерской, используя человеко-машинный интерфейс (англ. — Human Machine Interface (HMI)), мог принять контролирующие решения — корректировать или прервать стандартное управление средствами PLC. Данные также могут быть помещены в архив системы, основанный на СУБД, для построения *трендов* и другой аналитической обработки накопленных данных для развития возможностей системы, ее технического совершенствования.

Системы SCADA обычно оснащаются *распределенной базой данных*, называемой базой данных *тэгов*, содержащей элементы данных, которые, собственно, и являются тэгами или точками. Точка представляет собой единственный ввод или вывод, значения которого контролируют или регулируют в системе. Точки могут быть или "hard", или "soft". Аппаратная ("hard") точка представляет собой фактический ввод или вывод в пределах системы, в то время как точка "soft" — результат математических и логических операций с другими точками. Точки обычно сохраняются как пары "значение — штамп времени": значение и то время, когда событие было зарегистрировано или вычислено. Серия пар "значение — штамп времени" представляет собой хронологию данной точки. Также распространено сохранение дополнительных метаданных с тэгами, такими как путь до полевого устройства или регистра PLC, комментарии во время разработки, сигнальная информация.

Из краткого описания следует, что современный уровень систем управления сложными ТОУ, с одной стороны, определяется распределением функций сложных объектов на совокупность функционально-целевых подсистем, соответственно, распределением аппаратно-программных средств для реализации функций автоматического контроля, регулирования и управления в таких подсистемах (ЛСУ), а с другой стороны, завершается интеграцией таких ЛСУ в многоуровневую централизованную систему с глобальной целевой функцией на основе унифицированных локальных вычислительных сетей (в SCADA-

системе это магистральная структура) со стандартизацией протоколов обмена информацией между уровнями системы.

Развитие и опыт эксплуатации АСУ ТП средней, повышенной и большой информационных мощностей, территориальной рассредоточенности со временем привели к идее *децентрализации* не только технического ("hard") и программного ("soft") обеспечения, но и функционального. Децентрализация нашла свое техническое воплощение в распределенных системах управления (англ. — Distributed Control System (DCS)), в том числе в АСУ ТП.

1.4.4. Типовые структуры распределенных систем управления

Принцип построения современных РСУ основывается на трех идеях.

1. *Функционально-целевая декомпозиция* — разделение сложного процесса или системы на ряд менее сложных по функциональному признаку, но имеющих свои, самостоятельные цели функционирования.

2. *Топологическая децентрализация* функционально-целевых подсистем. При оптимальной топологической децентрализации число подсистем РСУ выбирается так, чтобы минимизировать суммарную длину каналов связи, образующих вместе с локальными функционально-целевыми подсистемами управления *сетевую* структуру.

3. Использование в качестве каналов связи *локальных вычислительных сетей* (ЛВС) и стандартных протоколов обмена информацией между узлами (станциями), образованных ЛСУ. В распределенных АСУ ТП приняты в основном три топологические структуры взаимодействия подсистем: *радиальная*; *кольцевая* (петлевая); *магистральная* (ее называют еще "шинной") — или их комбинации. Организация связи с датчиками и исполнительными устройствами носит индивидуальный характер. На рис. 1.9 и 1.10 изображены схемы перечисленных топологий распределенных систем.

Радиальная структура взаимодействия подсистем (рис. 1.9, *a*) отражает традиционно применявшийся способ соединения устройств с выделенными линиями связи и характеризуется следующими особенностями.

1. Существуют отдельные, не связанные между собой линии, объединяющие координирующую станцию (КС) с локальными системами.

2. Технически просто реализуются интерфейсные модули (ИМ) комплексов ТС локальной автоматики (ЛА). Координирующая станция через адаптеры связи (АС) по числу линий либо через единое достаточно сложное устройство мультиплексирования каналов передачи информации осуществляет управление всеми ЛСУ.

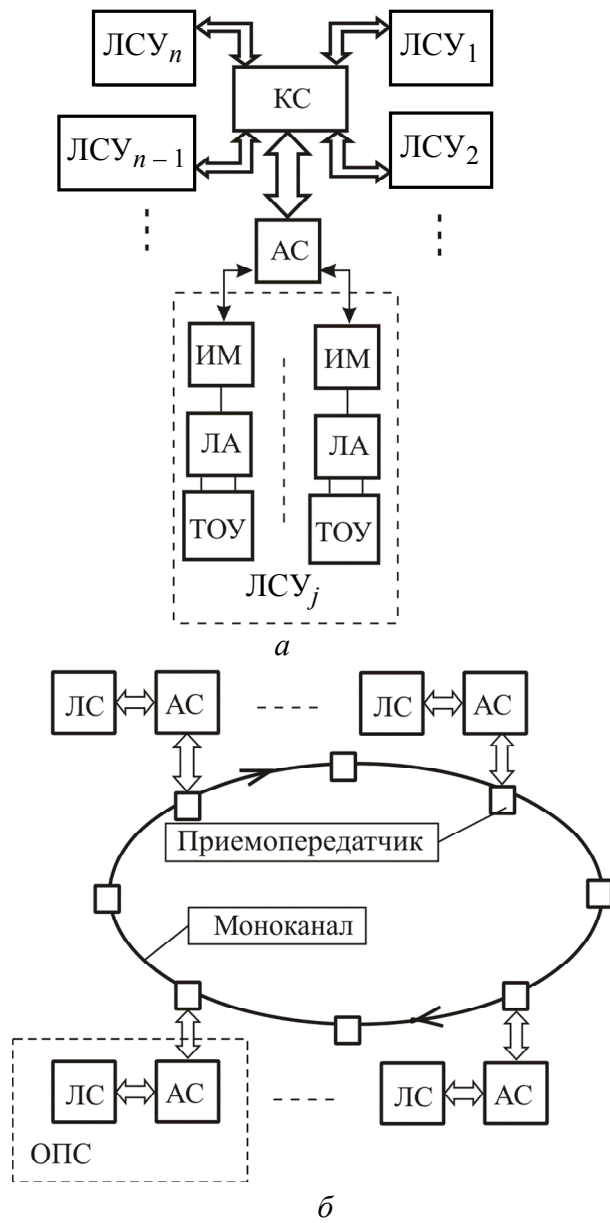


Рис. 1.9

3. Обеспечиваются максимальные скорости обмена по отдельным линиям при достаточно высокой производительности вычислительных устройств на уровне КС.

4. Надежность подсистемы связи в значительной степени зависит от надежности и живучести технических средств КС. Выход из строя разрушает подсистему обмена, так как все потоки информации замыкаются через верхний уровень.

Распределенная система с радиальной структурой является двухуровневой системой, где на нижнем уровне в подсистемах реализуются необходимые функции контроля, регулирования, управления, а на втором — в КС координирующий контроллер кроме координации работы ЛСУ осуществляет оптимизацию задач управления ТОУ, распределение энергии, управление технологическим процессом в целом, вычисление технико-экономических показателей и т. п. Вся база данных в распре-

деленной системе с радиальной структурой должна быть доступной координирующему контроллеру для прикладных программ управления на верхнем уровне. Вследствие этого процессор КС работает в реальном времени и должен обладать языками высокого уровня. Зависимость надежной работы АСУ ТП от единственной КС является существенным ограничением применения этого принципа комплексирования ЛСУ в единую систему управления.

На рис. 1.9, б изображен принцип организации кольцевой РСУ. Канал передачи данных реализуется в виде замкнутого кольца, работающего под управлением одной из станций — станции-монитора или операторской станции (ОПС) — по специально разработанному протоколу. Станции равноправны и имеют гарантированный доступ к каналу (моноканал на основе ко-

аксиального или волоконно-оптического кабеля) через приемопередатчик и АС отдельно для каждой станции. Кольцевая архитектура имеют ряд преимуществ по сравнению с радиальной, в их числе:

1. Работоспособность подсистем связи, включающих в себя канал и устройства связи, не зависит от исправности технических средств на уровнях локальных систем.

2. Имеются возможности подключения дополнительных устройств и контроля всей подсистемы с помощью специальных средств.

3. Необходимы значительно меньшие затраты на кабельную продукцию. За счет обмена информацией между ЛСУ через канал связи и АС ("каждый с каждым") появляется дополнительная возможность динамического перераспределения функций: координации совместной работы локальных подсистем по нижним уровням в случае сбоя в работе ОПС. Вместе с тем кольцевая архитектура предъявляет значительно более высокие требования к "интеллекту" устройств сопряжения, что существенно повышает единовременные затраты на реализацию кольцевых сетей. По этой и некоторым другим причинам кольцевой принцип в настоящее время используется преимущественно для объединения крупных производственных информационно-управляющих систем.

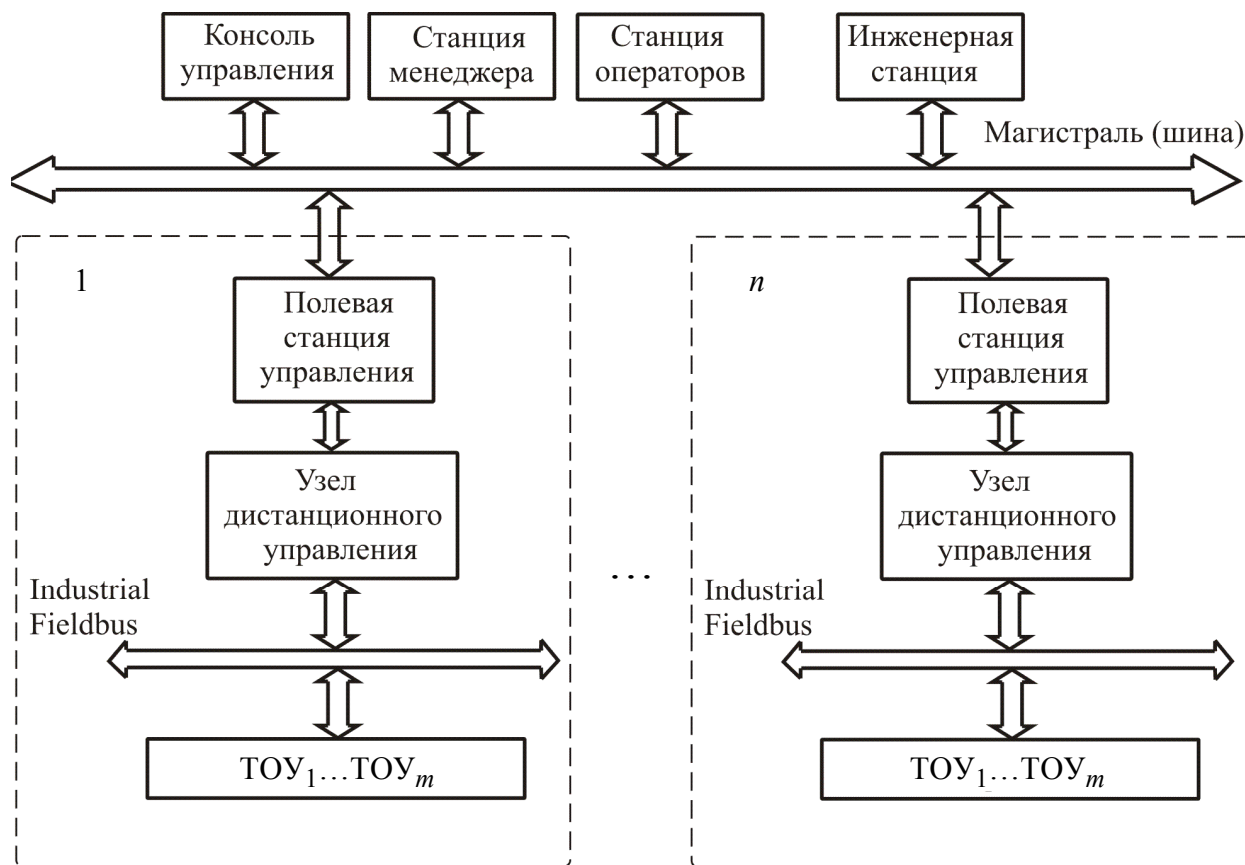


Рис. 1.10

Магистрально-модульный принцип построения распределенных систем управления (пример функциональной схемы РСУ с магистральной организацией приведен на рис. 1.10) на основе множества ЛСУ оказался во многом оптимальным для многих приложений как в производственной сфере, так и вне производства. Для более основательного анализа архитектур РСУ необходимо обратиться к соответствующим источникам.

Особенностью схемы РСУ на рис. 1.10 можно считать возможность управлять (с помощью полевой станции управления) множеством удаленных объектов, число которых определяется числом территориально рассредоточенных локальных систем и применением, как и в SCADA-системе, единой цифровой сети стандарта Fieldbus.

В настоящее время РСУ с магистрально-модульной архитектурой получили преимущественное распространение в мире практически во всех отраслях промышленного производства.

2. РАСЧЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ В ЛОКАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Локальные системы управления создаются на основе прикладной теории управления, фундаментальной составляющей которой являются *математические модели* (ММ) управляемых объектов. Создание моделей — наукоемкий, сложный и дорогостоящий процесс, но без этого задачи управления решить нельзя. Анализ эффективности ЛСУ с точек зрения качества процессов в системе, потенциальных возможностей для ее совершенствования и экономических показателей изначально зависит от заложенной в проект ЛСУ модели технологического процесса. Выбор ММ предопределяет весь последующий процесс разработки ЛСУ, выбор принципа ее структурной организации, алгоритмов, необходимых средств измерения, программных средств и т. д.

В данной главе вводятся расчетные математические модели, которые будут использоваться в последующем для анализа структур и алгоритмов регулирующих и управляющих устройств. Методы идентификации самих моделей не входят в рассматриваемый круг вопросов, так как являются самостоятельным разделом теории управляемых систем. Тем не менее в главе приводятся иллюстрирующие примеры построения моделей одно-, многомерных и многосвязных объектов систем промышленной автоматике. Главное внимание уделяется линейным моделям при детерминированных условиях их функционирования. Наряду с этим рассмотрены расчетные модели линейных объектов при случайных воздействиях, при отсутствии прямых измерений возмущений, в том числе параметрических.

Для регулируемых электроприводов и следящих систем рассмотрены особенности кинематического механизма как объекта регулирования этих систем. Указанные особенности порождены упруговязкими свойствами материалов, из которых выполнены кинематические механизмы. Эти особенности практически незаметно проявляют себя в системах малой механической мощности, но их нельзя игнорировать в системах средней и большой мощности.

Основная цель рассматриваемых в главе вопросов состоит в том, чтобы привлечь внимание читателя к роли выбираемых математических моделей для достижения технологических целей ЛСУ, ответить на вопрос: как, в зависимости от принятой модели объекта, выбрать наиболее эффективное решение задач ЛСУ?

2.1. Расчетная модель "вход/выход" одномерного объекта управления

Модель одномерного объекта управления (ОУ) строится на основе измераемых данных, часть из которых — входы, а часть — выходы объекта.

Среди входов объекта выделяют:

- 1) измеряемые *управляющие* входы: $u_1, \dots, u_m \in U \in R^m$;
- 2) *возмущающие*, не всегда измеряемые воздействия: $f_1, \dots, f_l \in F \in R^l$.

Выход — зависимые регулируемые переменные: $x_1, \dots, x_n \in X \in R^n$. Введем векторы: $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, \dots, x_n)$; $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, \dots, u_m)$; $\mathbf{f} = \text{col}(f_1, \dots, f_l)$. Тогда в общем виде модель многомерного объекта можно отобразить схемой на рис. 2.1, где символом $\mathcal{A}(t)$ обозначен оператор — преобразование входных векторных переменных $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{f}(t)$ в выход $\mathbf{x}(t)$. В общем случае нелинейный динамический оператор $\mathcal{A}(t)$ является исходной математической моделью технологического процесса, подвижного объекта и т. п. Исходные математические модели составляют

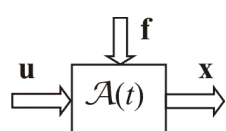


Рис. 2.1

специалистами в своей предметной области адекватными природе реального физического процесса, когда принимаются во внимание бóльшая часть причинно-следственных связей, влияние внешней среды. Пример составления математической модели приводится далее в 2.3. Вследствие разных причин с точки зрения целей управления такая модель может оказаться излишне сложной. Поэтому на основе анализа степени влияния тех или иных параметров исходную модель подвергают допустимому упрощению в предположении, что упрощенная модель *в целом* адекватно описывает реальное поведение объекта, сохраняя фундаментальные свойства объекта. Самое распространенное упрощение — *линеаризация* нелинейных уравнений. Предполагается, что оператор $\mathcal{A}(t)$ для некоторого режима работы объекта на множестве $\{ \mathbf{u}_0, \mathbf{f}_0, \mathbf{x}_0, t \geq t_0 \}$ имеет конечную производную и его статическая характеристика в окрестности этого режима может считаться линейной, как это показано для одномерного случая на рис. 2.2. Если исходный оператор определен в классе обыкновенных дифференциальных уравнений, то линеаризация означает переход от нелинейных к линейным дифференциальным уравнениям. Следовательно, при применении преобразования Лапласа модель объекта "вход/выход" может быть принята в виде передаточных функций (ПФ). В последующем мы и ограничимся в основном

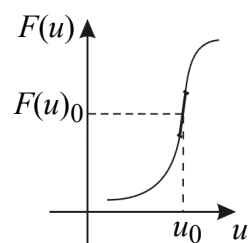


Рис. 2.2

линеаризация означает переход от нелинейных к линейным дифференциальным уравнениям. Следовательно, при применении преобразования Лапласа модель объекта "вход/выход" может быть принята в виде передаточных функций (ПФ). В последующем мы и ограничимся в основном

использованием линеаризованных моделей объектов управления. Однако в реальных задачах всегда следует проверять эквивалентность линеаризованных моделей реальному поведению и свойствам объектов.

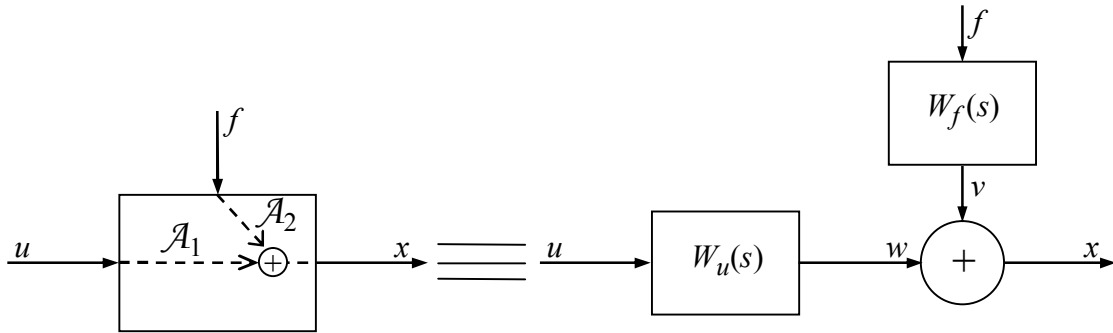


Рис. 2.3

Теперь перейдем от векторных переменных к скалярным. Пусть x, u, f — скалярные функции: $x = x(t)$; $u = u(t)$; $f = f(t)$. Тогда с учетом свойства линейности (вспомним *принцип суперпозиции*) структура одномерного объекта примет следующий вид (рис. 2.3). Ее полезная особенность состоит в том, что свойства объекта с линейной моделью можно проанализировать отдельно по управлению и по возмущению, что далее и будет использовано в различных структурах управляемых систем. Регулируемая переменная может быть записана в следующем виде:

$$x(s) = w(s) + v(s) = x(t) = u(s)W_u(s) + f(s)W_f(s),$$

где $W_u(s)$ и $W_f(s)$ соответствуют передаточным функциям объекта по регулирующему входу $u(t)$ и по возмущению $f(t)$. Отметим, что переменные w, v — фиктивные внутренние, физически не существующие в явном виде, в то время как их сумма x — реально существующая координата. В дальнейшем предполагается, что передаточная функция объекта $W_u(s)$ по входу u априори известна, в то время как передаточная функция по возмущению $f(t)$ может быть неизвестной, что обычно соответствует реальным задачам.

2.2. Математические модели объектов управления

С учетом сделанных допущений динамику управляемых объектов будем в общем случае описывать в векторной форме системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \quad (2.1)$$

где $\mathbf{g} = \text{col}(g_1, g_2, \dots, g_n)$, $\mathbf{h} = \text{col}(h_1, h_2, \dots, h_l)$ — гладкие векторные функции своих аргументов; $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$, $\mathbf{y} = \text{col}(y_1, y_2, \dots, y_l) \in R^l$, $\mathbf{u} =$

$= \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_m) \in R^m$ — векторы регулируемых, измеряемых переменных и сигналов управления на входах объекта соответственно.

В задачах управления уравнения (2.1) конкретизируются. В соответствии с принятой гипотезой о линеаризуемости систему уравнений (2.1) примем в виде системы линейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{v}; \quad \mathbf{y} = \mathbf{G}^T \mathbf{x}. \quad (2.2)$$

Модель (2.2) характеризует линеаризованное движение объекта управления при возмущениях $\mathbf{v} \in R^l$. Если управление не ограничено малой окрестностью некоторого стационарного состояния объекта, например, в случаях многорежимного характера работы системы управления, то линейная модель (2.2) может не соответствовать реальной динамике объекта на множестве допустимых переменных \mathbf{x} , \mathbf{y} и \mathbf{u} . Анализ объектов в энергетике, химии, металлургии, на производстве строительных материалов и т. д. показывает, что распространенной моделью нелинейных динамических объектов может считаться система *нелинейных аффинных* по управлению дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})\mathbf{u}; \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ — векторная функция с элементами $h_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = \overline{1, n}$; $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ — $m \times n$ -матрица с элементами $b_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, m}$. Особенностью моделей (2.3) является их линейность по управлению \mathbf{u} .

Математическое описание динамических объектов базируется на использовании уравнений математической физики, материального и энергетического баланса, уравнений механики и т. д. Заметим, что переходные режимы вызываются нарушением баланса, например, между поступающей энергией, веществом и их расходами в объекте. Целенаправленное изменение переходных режимов при конечных допустимых амплитудах сигналов "вход/выход" и является задачей любой ЛСУ. Математические модели выступают *информационными моделями* реальных физических процессов в системе.

Частными, но наиболее распространенными в классической теории управления моделями управляемых объектов служат линейные неоднородные дифференциальные или разностные уравнения и соответствующие им операторные уравнения с операторами дифференцирования $p = d/dt$ и сдвига $z_k : z_k y(n\Delta t) = y((n \pm k)\Delta t)$, где знак "+" или "-" соответствует опережению или запаздыванию на k периодов дискретизации Δt непрерывных функций времени $y(t)$ относительно текущего момента времени $t = k\Delta t$, $k = 0, 1, \dots$

Линейные непрерывные или дискретные динамические модели описываются передаточными функциями $W(s)$ и $W(z)$ соответственно. Последние могут быть получены известными преобразованиями из исходных дифференциальных уравнений при переходе от непрерывного времени t к дискретному $t = k\Delta t$, $k = 0, 1, \dots$. При этом непрерывные функции времени заменяются на решетчатые, например, скалярная функция $y(t)$ заменяется на решетчатую $y(k\Delta t) = y_k$, где $\Delta t = \text{const}$ — период дискретизации. Далее приводятся примеры технических объектов, математические модели которых соответствуют уравнениям в классе уравнений (2.1) [12].

2.3. Примеры технологических объектов ЛСУ

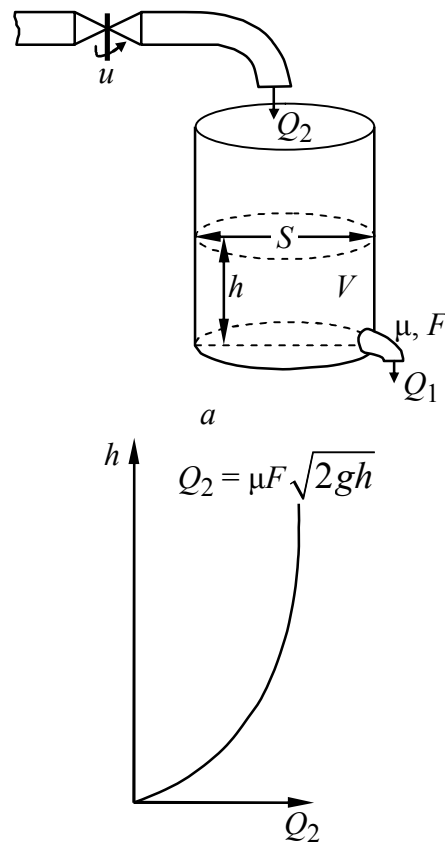
2.3.1. Управление расходом жидкости (пульпы) в цилиндрическом резервуаре

Приведем пример модели локального нелинейного динамического объекта. На рис. 2.4 изображена конструкция, где *a* — схематическое изображение цилиндрического резервуара; *б* — статическая характеристика резервуара. В таких резервуарах управляют уровнем жидкости, что необходимо для нормального протекания технологического процесса в этом резервуаре или для поддержания требуемого ее расхода: V — объем жидкости, м^3 ; S — площадь поверхности жидкости, м^2 ; h — уровень жидкости, м ; Q_1 и Q_2 — объемные расходы жидкости, $\text{м}^3/\text{с}$; F — площадь проходного отверстия сливной трубы, м^2 . Уравнение материального баланса для резервуара имеет вид

$$dV + Q_1 dt = Q_2 dt. \quad (2.4)$$

Объем жидкости V , расход Q_1 и уровень h связаны соотношением $V = Sh$, и тогда $dV/dt = S(dh/dt)$. Зависимость между Q_1 и h определяется уравнением Бернулли:

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} = h - h_0 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}.$$



б
Рис. 2.4

где v — скорость истечения жидкости из сливной трубы; v_0 — скорость изменения уровня жидкости в резервуаре; $h - h_0$ — перепад высот жидкости в резервуаре; p_1, p_2 — давления над жидкостью в резервуаре и за сливным отверстием. В распространенном случае $v \gg v_0$, $x_0 = 0$ и $p_1 = p_2$; тогда скорость истечения жидкости $v = \sqrt{2gh}$. Домножим обе части этой формулы на значение площади проходного сечения F . Поскольку $Fv = Q_1$, то $Q_1 = \mu F \sqrt{2gh}$, где μ — безразмерный коэффициент расхода, зависящий от формы и состояния поверхности сливного отверстия. Коэффициент μ зависит и от плотности жидкости в резервуаре, которая изменяется во время протекания технологического процесса; значит, коэффициент расхода есть функция времени $\mu(t)$. С учетом зависимостей для Q_1 и скорости изменения объема V уравнение баланса резервуара примет следующий вид:

$$S\dot{h}(t) = \mu(t)F\sqrt{2gh(t)} = Q_2(t). \quad (2.5)$$

При $\dot{h}(t) = 0$ имеем $\mu(t)F\sqrt{2gh} = Q_2$, т. е. стационарный, статический режим, характеристика которого показана на рис. 2.4, б в виде параболы.

Если расход $Q_2(t) = x_1$ изменяется с помощью исполнительного устройства интегрирующего типа, то нелинейное дифференциальное уравнение (2.5) дополняется уравнением исполнительного интегрирующего устройства и управляемый объект — цилиндрический резервуар — описывается системой из двух уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = b_1 u(t); \\ S\dot{x}_2(t) + \mu(t)F\sqrt{2gx_2(t)} = x_1(t). \end{cases} \quad (2.6)$$

Введем стандартные обозначения:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= x_1 S^{-1} - \mu(t) F S^{-1} \sqrt{2g} \sqrt{x_2(t)} = \\ &= a_{12} x_1 - a_{22}(\mu) \sqrt{x_2} = f_{12}(x_1) - f_{22}(x_2, \mu); \\ \mathbf{x} &= \text{col}(x_1, x_2). \end{aligned}$$

С учетом этих обозначений систему уравнений (2.6) перепишем в векторно-матричной форме:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mu) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mu) \mathbf{u},$$

где в данном случае $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_{12}(x_1) - f_{22}(x_2, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_{12}x_1 - a_{22}(\mu)\sqrt{x_2} \end{pmatrix}$ и $\mathbf{g} = \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Полученное уравнение является частным случаем общего уравнения состоя-

ния нелинейных динамических объектов (2.3) с *изменяющимся* скалярным параметром $c = a_{22}(\mu)$. Отметим также, что рассмотренный пример соответствует простейшему нелинейному объекту с одним регулирующим входом u и одним регулируемым выходом — объемным расходом Q_1 либо уровнем жидкости в резервуаре $x_2 = h$.

2.3.2. Объекты с последовательным соединением звеньев

Широко распространены технологические объекты, состоящие из последовательно соединенных технологических установок. Это — цепочки химических реакторов, нагревательных аппаратов, приводов машин и механизмов; обогатительные машины и многое другое. Структурные схемы подобных объектов приведены на рис. 2.5, где a — объект с последовательным соединением звеньев и с одним скалярным управлением; b , $в$ — объекты с m независимыми управляющими воздействиями.

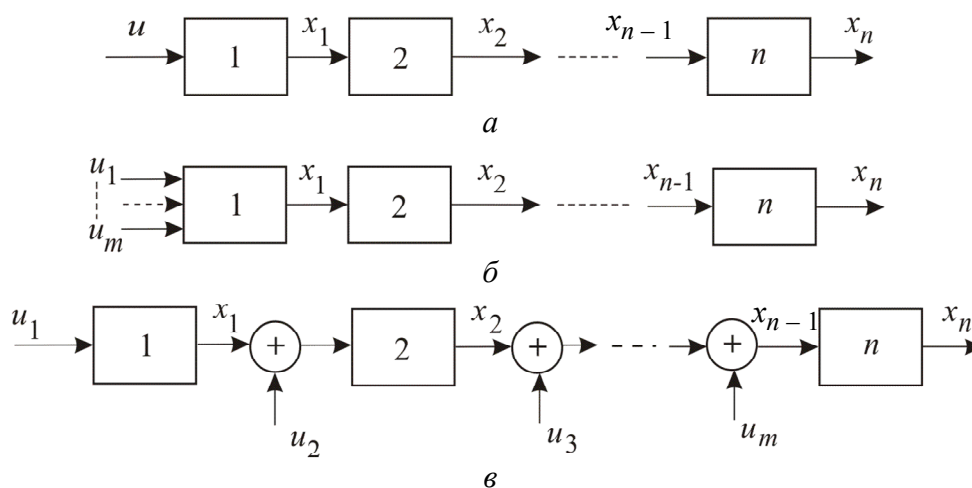


Рис. 2.5

Для простоты пусть каждое звено описывается дифференциальным линейным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами из области значений Ω_c :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= bu - a_{11}x_1; \\ \dot{x}_2 &= a_{12}x_1 - a_{22}x_2; \\ \dot{x}_3 &= a_{32}x_1 - a_{33}x_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{x}_n &= a_{nn}x_{n,n-1} - a_{n,n}x_n. \end{aligned}$$

В матрично-векторной форме эта система уравнений есть частный случай модели (2.2):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u,$$

где матрица \mathbf{A} и вектор \mathbf{B} составляются следующим образом:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & -a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{32} & -a_{33} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n,n} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что линейные объекты со структурой, изображенной на рис. 2.5, *a* всегда управляемы, так как ранг матрицы управляемости для них не изменяется при малых изменениях коэффициентов матрицы \mathbf{A} и вектора \mathbf{B} .

К такому же виду приводятся уравнения для последовательного соединения звеньев объекта на рис. 2.5, *б, в*, что и предлагается проделать самостоятельно читателю. Можно показать также, что матрично-векторными уравнениями типа (2.2) и (2.3) описываются объекты с параллельным и смешанным соединением звеньев. В частности, необходимость параллельного соединения установок, технологических аппаратов или механизмов возникает тогда, когда поток материалов или энергии нельзя переработать одним из перечисленных устройств. Примерами могут служить параллельно работающие генераторы; водяные, газовые и воздушные насосы; химические реакторы; вспомогательные двигатели прокатных станов и т. п.

В заключение заметим, что даже в случае линейных динамических моделей отдельно взятых звеньев в перечисленных соединениях в целом с учетом изменяющихся неконтролируемых параметров (коэффициентов матриц \mathbf{A} и \mathbf{B}) объект может обладать достаточно сложной динамикой, управление которой традиционными неадаптивными методами может оказаться недостаточным с точки зрения поставленной цели управления.

2.3.3. Составление структурных схем моделей объектов по заданной функциональной схеме

Наряду с составлением математических моделей в виде уравнений и передаточных функций полезно знать приемы составления структурных схем по исходным функциональным или техническим схемам в виде конструкций, отображающих принцип работы объекта, взаимодействие его отдельных функциональных элементов. Структурные модели наглядны и могут значительно упростить составление уравнений и передаточных функций, оказать помощь в анализе исходных уравнений при введении допустимых упрощений, о которых шла речь выше.

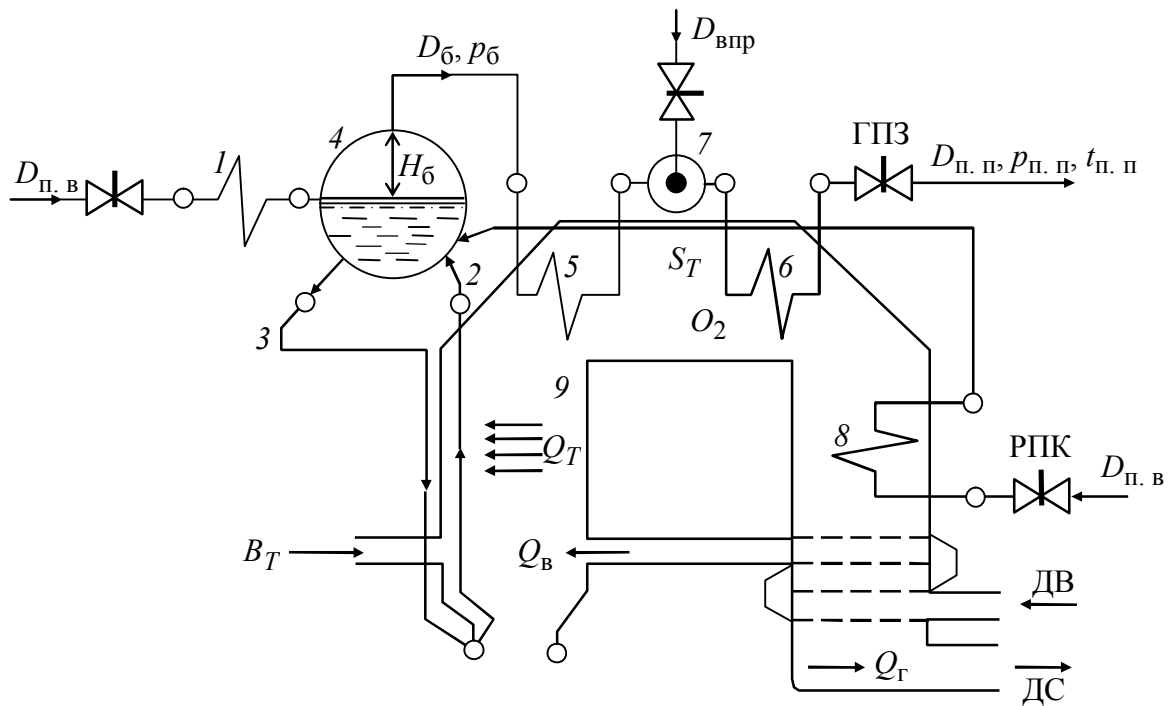


Рис. 2.6

Рассмотрим для примера функциональную модель барабанного парового котла [13]. Функциональная схема технологического процесса, протекающего в барабанном паровом котле, показана на рис. 2.6. Топливо поступает через горелочные устройства (на схеме не показаны) в топку 9, где сжигается обычно факельным способом. Для поддержания процесса горения в топку подается воздух в количестве Q_B с помощью дутьевого вентилятора (ДВ) (на схеме не показан). Воздух предварительно нагревается в воздухоподогревателе. Дымовые газы Q_G отсасываются из топки дымососом (ДС). Дымовые газы проходят через поверхности нагрева пароподогревателей 5, 6; водяного экономайзера 8; воздухоподогревателя и удаляются через дымовую трубу в атмосферу. Процесс парообразования протекает в подъемных трубах циркуляционного контура 2, экранирующих камерную топку и снабжаемых водой из опускных труб 3. Насыщенный пар D_6 из барабана 4 поступает в пароподогреватель 5, где нагревается до установленной температуры за счет радиации факела и конвективного обогрева топочными газами. При этом температура перегрева пара регулируется в пароохладителе 7 с помощью впрыска воды $D_{впр}$. Паровой котел как объект управления

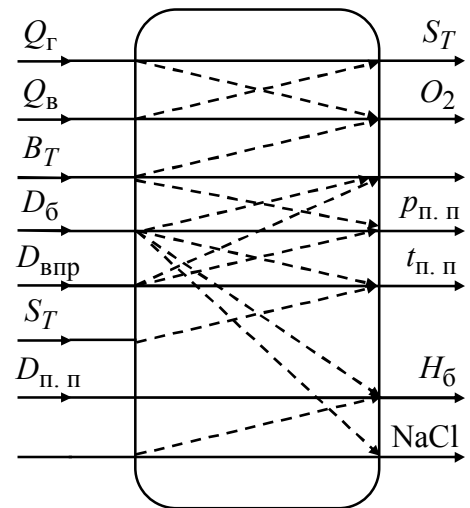


Рис. 2.7

представляет собой динамическую систему с несколькими взаимосвязанными входными и выходными величинами. Схема связей показана на рис. 2.7. Сплошные линии отображают прямые зависимости режимных параметров; пунктирные — косвенные. Задача специалиста по автоматическому управлению заключается в проведении анализа степени влияния и чувствительности технологических параметров, по результатам которого сложная динамическая система, к какой можно отнести и паровой котел, может быть разделена на автономные (с практической точки зрения) подсистемы, выполняющие свои функции, например, стабилизацию режимного значения параметра, т. е. целью анализа является функционально-целевая декомпозиция сложного объекта.

Основными регулируемыми параметрами котла являются: расход перегретого пара $D_{п. п}$, его давление $p_{п. п}$ и температура $T_{п. п}$. Совокупность этих параметров характеризует текущий режим работы котла, для которого необходимо поддерживать с заданной точностью значения дополнительных режимных параметров:

- уровня воды в барабане H_6 , изменения подачи питательной воды $D_{п. в}$;
- разрежения в верхней части топки S_T , регулируемого изменением производительности ДС;
- оптимального избытка воздуха за пароперегревателем O_2 управлением производительности ДВ.

Все перечисленные технологические параметры изменяются под действием внешних и внутренних возмущений. Для упрощения анализа примем, что перечисленные режимные параметры стабилизированы. Тогда основная схема генерации пара может быть выделена из схемы на рис. 2.6 и представлена упрощенной схемой на рис. 2.8.

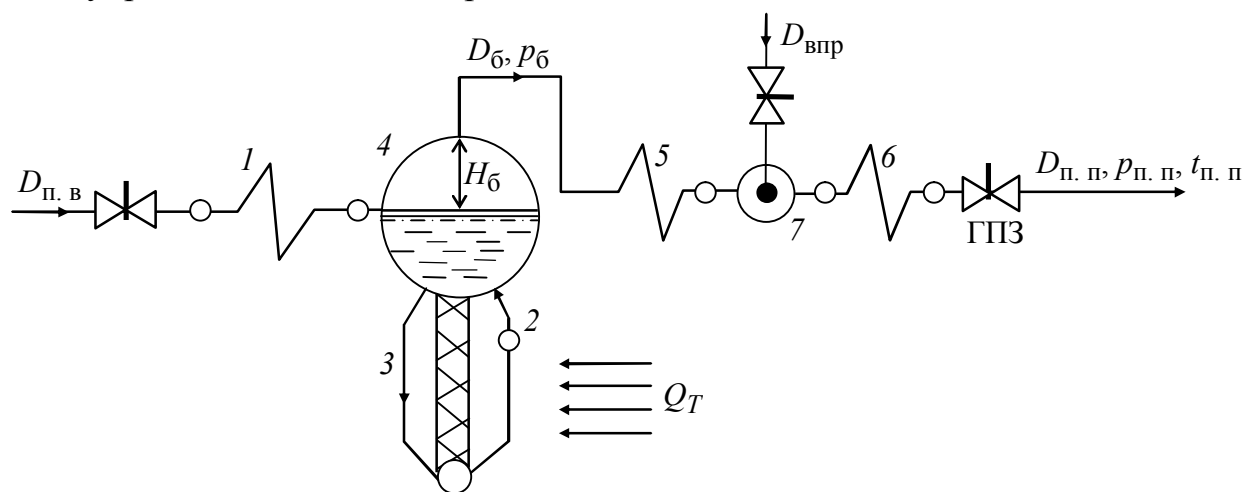


Рис. 2.8

Котел как объект регулирования давления и тепловой нагрузки может быть представлен в виде соединения функциональных узлов: топочной камеры, генерирующей тепловую энергию Q_T ; парообразующей части, состоящей из поверхностей нагрева 2, расположенных в топочной камере; барабана 4 и пароперегревателей 5 и 6. Тепловая нагрузка характеризуется количеством теплоты, воспринятым поверхностями нагрева в единицу времени и затраченным на нагрев котловой воды в экранных трубах и парообразователях. Изменение тепловой энергии (количества теплоты) Q_T приводит к изменению паропроизводительности D_6 и давления пара в барабане p_6 .

Из схемы на рис. 2.8 следует, что режим работы котла определяется управляемой тепловой энергией Q_T , изменением уровня воды в барабане H_6 с помощью вентиля, регулирующего подачу питательной воды $D_{п. в.}$, и с помощью впрыска воды $D_{впр}$ через другой рабочий орган объекта — вентиль 7.

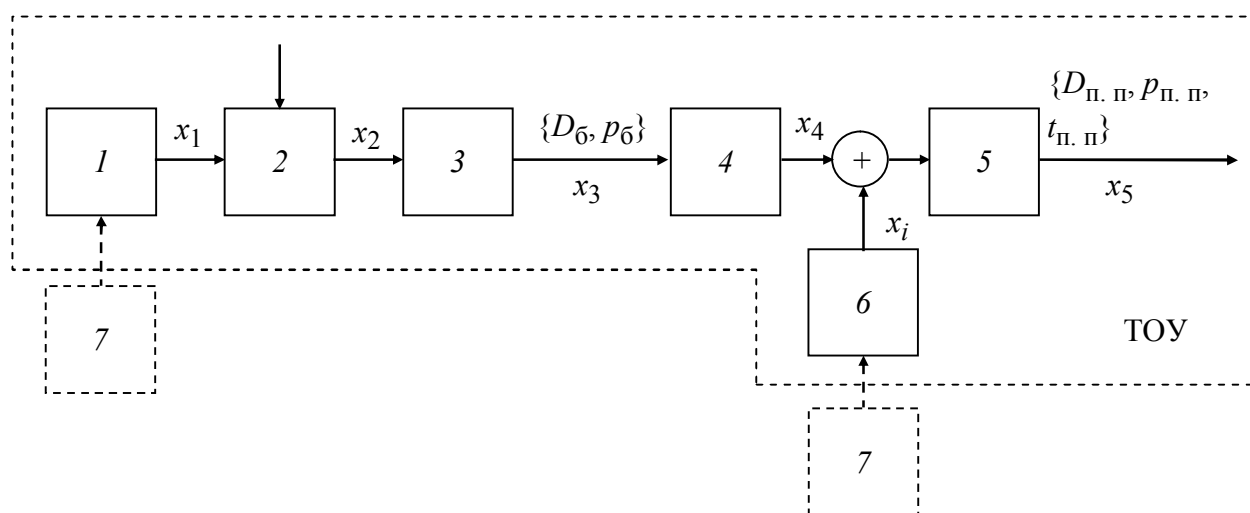


Рис. 2.9

Функциональная схема на рис. 2.8 дает возможность составить структурную модель основной функциональной части парового котла (рис. 2.9).

На рис. 2.9 цифрами обозначены: 1, 6 — регулирующие органы (например, вентили); 2 — водяной экономайзер (элемент 1 схемы на рис. 2.6); 3 — барабан (бак) парового котла; 4, 5 — пароподогреватели; 7 — обозначенные пунктиром исполнительные устройства в составе технических средств автоматики. x_i — соответствующие режимные параметры парового котла.

Следующая задача синтеза ЛСУ — составление математических моделей всех блоков структурной схемы, выбор необходимых датчиков x_i и измерительных преобразователей, синтез регуляторов или расчет параметров типовых законов регулирования.

2.4. Модели возмущений одномерных объектов

Одной из наиболее распространенных задач автоматизации в ЛСУ является задача стабилизации режимных параметров объекта в условиях возмущений внешней среды при изменениях параметров принятой модели объекта в течение эксплуатационного периода. Компенсация влияния этих возмущений требует знаний о свойствах объекта относительно таких возмущений. Рассмотрим характерные модели возмущений, используемых при расчете систем регулирования и управления.

2.4.1. Модель детерминированных сигнальных возмущений

Полагаем описание одномерного объекта обыкновенным линейным дифференциальным уравнением в операторной форме:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t) + C(p)f(t), \quad (2.7)$$

где $A(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0$; $B(p) = p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \dots + b_1p + b_0$;
 $C(p) = p^l + c_{l-1}p^{l-1} + \dots + c_1p + c_0$; $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования.

В (2.7) функция $f(t)$ — возмущение. Особенностью этого распространенного учета детерминированного возмущения является одинаковый для обоих входов объекта характеристический полином $A(p)$. Но если отсутствует информация о характеристическом полиноме канала влияния возмущения на регулируемую переменную $y(t)$, то наиболее естественным будет принять его таким же, как полином $A(p)$. Само возмущение при расчете принимается в классе типовых функций в линейной теории управления сигналами — ступенчатых, гармонических, полиномиальных, если это не входит в противоречие с реальным характером детерминированного сигнала возмущений. Здесь действует правило: если расчетная динамика процессов удовлетворительная для наилучшего случая из выбранного класса возмущений, то в остальных случаях будет не хуже. Это верно, но лишь для линейных систем. Из уравнения (2.7) следует и расчетная структурная схема модели объекта:

она соответствует схеме на рис. 2.3, в которой $W_u(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{w(p)}{u(p)}$ — пе-

редаточная функция объекта по входу управления, $W_f(p) = \frac{C(p)}{A(p)} = \frac{v(p)}{f(p)}$ —

передаточная функция объекта по возмущению. Структура на рис. 2.3 и за-

писанные передаточные функции в последующем будут использоваться в процессе анализа различных структурных схем ЛСУ.

2.4.2. Модель параметрических возмущений

В процессе работы объект управления эволюционирует из-за изменений своих механических свойств (например, массы и, соответственно, момента инерции), а также физических и химических (в ходе реакции изменяется концентрация реагентов, изменяются теплофизические свойства и т. п.). Все это приводит к изменениям информационных моделей, что проявляется, в частности, в варьировании коэффициентов математических моделей, принятых при расчетах. Эволюция свойств объекта приводит к появлению нежелательных переходных процессов, отклоняющих систему от желаемого режима работы. Следовательно, необходима компенсация влияния текущих изменений свойств регулируемого объекта. Для этого потребуется информация в виде сигналов, содержащих параметрические возмущения модели объекта, т. е. отклонения коэффициентов математической модели от *расчетных* значений. Можно поступить следующим образом.

Примем в качестве гипотезы предположение о том, что изменение коэффициентов дифференциального уравнения в операторной записи (2.7) во времени происходит относительно расчетных значений аддитивно, и опустим в правой части уравнения (2.7) возмущение $f(t)$:

$$a_i(t) = a_{i,0} + \delta a_i(t); \quad b_j(t) = b_{j,0} + \delta b_j(t); \quad i \in \overline{1, \dots, n}; \quad j \in \overline{1, \dots, m},$$

где $a_{i,0}, b_{j,0}$ — расчетные значения коэффициентов полиномов $A(p), B(p)$; $\delta a_i(t), \delta b_j(t)$ — вариации во времени коэффициентов этих полиномов. Гипотеза об аддитивном характере изменений параметров математической модели позволяет записать полиномы $A(p, t), B(p, t)$ в виде

$$A(p, t) = A_0(p) + \Delta A(p, \delta a_i(t));$$

$$B(p, t) = B_0(p) + \Delta B(p, \delta b_j(t)),$$

где полиномы $\Delta A(p, \delta a_i(t)), \Delta B(p, \delta b_j(t))$ будем называть *моделями вариаций* объекта управления. Тогда уравнение объекта в операторной форме (2.7) перепишем следующим образом:

$$A_0(p)y(t) = B_0(p)u(t) + \Delta B(p, t)u(t) - \Delta A(p, t)y(t). \quad (2.8)$$

В (2.8) модели вариаций записаны в более компактном виде. Введем сигнал:

$$\varphi(t) = \Delta B(p, t)u(t) - \Delta A(p, t)y(t). \quad (2.9)$$

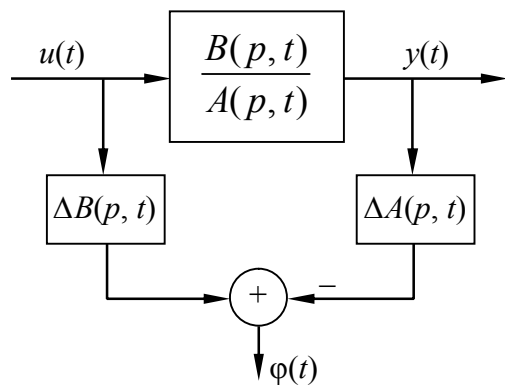


Рис. 2.10

Сигнал $\varphi(t)$ есть преобразование измеряемых сигналов объекта $y(t)$, $u(t)$ операторами $\Delta A(p, \delta a_i(t))$ и $\Delta B(p, \delta b_j(t))$. Следовательно, он содержит информацию о параметрических возмущениях, которую можно использовать для формирования сигнала компенсации этих возмущений. На рис. 2.10 приведена структурная схема модели параметрических возмущений объекта (2.7) (без учета возмущений $f(t)$), где показано, как формируется сигнал $\varphi(t)$.

2.4.3. Модель объекта при стохастических возмущениях

Необходимость введения в число моделей объектов ЛСУ класса *стохастических*¹ моделей со случайным поведением во времени обусловлена поведением реальных объектов в условиях естественных "шумов", характеризующихся поэтому некоторой неопределенностью. Эта неопределенность проявляется в неоднозначном отклике на одни и те же воздействия в различное время. В таких ситуациях "рассеяние" выходной переменной (режимного параметра) объекта тем больше, чем сильнее влияние "шума" на объект. Суждение, что никогда нельзя точно узнать состояние систем в природе или систем, созданных человеком, и что поэтому все происходящие процессы в них являются стохастическими, довольно убедительно подтверждается на практике. Многочисленные примеры приводятся, например, в [14], [15], а приложения стохастической теории управления просматриваются практически во всех отраслях промышленности, научных исследованиях, информатике, в управлении подвижными объектами, т. е. в сфере использования ЛСУ.

В рассматриваемом случае мы ограничимся лишь некоторыми известными результатами для построения стохастической модели объекта по возмущению. Последовательное же и строгое обоснование темы содержится в приведенных выше источниках, к любому из них рекомендуем обратиться.

Приведем несколько положений из теории случайных процессов.

1. *Случайным процессом* (функцией) называется однопараметрическое семейство непрерывно распределенных случайных величин $x(t)$ с непрерыв-

¹ Термин "стохастический" (от греч. *stochastikós* — умеющий угадывать, проницательный) эквивалентен терминам "вероятностный", "случайный".

ным параметром $t, t_0 \leq t \leq t_N$, независимый параметр t является мерой времени в задачах управления.

2. Полное (строгое) описание случайного процесса $x(t)$ требует знания *всех* возможных функций плотности совместных распределений

$$p[x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)] \quad (2.10)$$

для всех t_1, t_2, \dots, t_n из интервала $[t_0, t_N]$. Функция плотности (2.10) требует недоступного в реальных задачах объема данных измерений. На практике, как это показано (см., например, [29]), можно довольствоваться более скромной информацией, если случайные процессы *марковские*, так как они полностью определяются заданием функции плотности совместного распределения $p[x(t), x(\tau)]$ для всех пар t, τ из интервала $[t_0, t_N]$. Их теории случайных процессов известно, что марковские процессы также полностью могут быть определены, если известны функции $p[x(t)|x(\tau)]$ и $p[x(\tau)]$ для того же интервала времени.

3. *Чисто случайные процессы* (или *белый шум*) — в известном смысле "идеальная" модель тестового случайного процесса, для которого на интервале $[t_0, t_N]$ для всех t_1, t_2, \dots, t_n функция плотности совместных распределений $p[x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)] = p(x(t_1) \cdot \dots \cdot x(t_n))$ или же $p[x(t_1)|x(\tau)] = p[x(t)]$. Эти соотношения говорят о том, что величины $x(t)$ и $x(\tau)$ *не зависят* друг от друга. Если иметь в виду, что в объектах, описываемых дифференциальными уравнениями, $x(t)$ есть процесс, в котором величины $x(t)$ и $x(\tau)$ зависимы в силу того, что они являются значениями одного и того же решения дифференциального уравнения, то белый шум является абстракцией, но абстракцией удобной в теоретических исследованиях подобно применению фиктивной нулевой частицы массы нулевого объема в ньютоновской механике или же понятия точки в евклидовой геометрии. (В [14] приводится ряд примеров, где во вполне физически реальных процессах можно применить такую абстракцию, как белый шум. То же возможно сделать и в задачах управления объектами, на которые существенно влияют возмущения из разных источников и природа которых точно неизвестна.)

Укажем еще на одно свойство белого шума, используя для этого *функцию спектральной плотности* $\varphi(\omega)$ ¹, где ω — круговая частота, рад/с;

¹ В теории управления применяется также функция спектральной плотности $S(\omega)$, связанная с $\varphi(\omega)$ соотношением $\varphi(\omega) = (2\pi)^{-1} S((2\pi)^{-1} \omega)$.

спектр которой определяет диапазон частот, в котором существует случайный процесс $x(t)$. Функция спектральной плотности $\varphi(\omega)$ есть распределение дисперсии в частотном диапазоне. Для сигнала типа "белый шум" $\varphi(\omega) = \text{const} = c$. Это означает, что энергия белого шума равномерно распределена по всему спектру частот от $-\infty$ до $+\infty$, а суммарная энергия белого шума равна бесконечно большой величине, что и делает этот тип сигнала математической идеализацией реального процесса. Тем не менее эту идеализацию, как уже отмечено выше, можно использовать в практических расчетах, если высокочастотные "хвосты" реальной $\varphi(\omega)$ лежат в той области частот, которую уже не воспринимает рассчитываемая система. Это и делает приемлемым использование белого шума ввиду простоты его математической модели $\varphi(\omega) = \text{const} = c$.

4. *Гауссовские марковские случайные процессы* имеют важное прикладное значение для формирования эквивалентного возмущения $v(t)$, приведенного к выходу линейного объекта (рис. 2.3). Марковские процессы, у которых для всех пар t, τ из интервала $[t_0, t_N]$ функции $p[x(t)|x(\tau)]$ и $p[x(\tau)]$ являются функциями плотностей гауссовского ("нормального") распределения, называются *гауссовскими марковскими случайными процессами*. Ценным свойством гауссовского марковского процесса является то, что он *всегда* может быть представлен как вектор состояния непрерывной линейной динамической системы, возбуждаемой гауссовским белым шумом с параметрами $\{0, 1\}$ и имеющей гауссовский вектор начального состояния.

В [15] в гл. 3, п. 4 приводится строгое доказательство того, что стохастическая модель непрерывного объекта описывается обыкновенным дифференциальным уравнением типа (2.3) (скалярный случай):

$$\dot{x}(t) = g(x, t) + \sigma(x, t)\xi(t), \quad (2.11)$$

где $\{\xi(t), t \in t_N\}$ — белый шум с непрерывным временем; $g(x, t)$ и $\sigma(x, t)$ — гладкие непрерывные функции. Уравнение состояния в скалярной форме (2.11) иллюстрирует так называемую "нетривиальную форму" стохастической модели объекта, которую можно отобразить структурной схемой на рис. 2.11. В модели на рис. 2.11, как это следует из [15], функция состояния $\sigma(x, t)$ определяется как среднее квадратическое отклонение $x(t)$ от своего

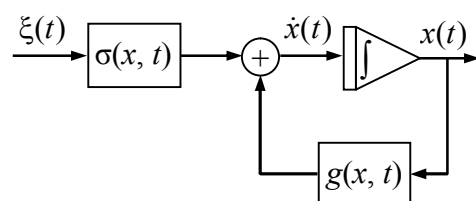


Рис. 2.11

среднее квадратическое отклонение $x(t)$ от своего

среднего значения. Вследствие этого производная $\dot{x}(t)$ в уравнении (2.11) имеет несколько необычный смысл. Но мы будем рассматривать функцию $\sigma(x, t)$ как обоснование существования устойчивого линейного фильтра с импульсной переходной функцией (функцией веса) $h(t)$, формирующего гауссовский марковский случайный процесс на выходе, если входной сигнал $\{\xi(t), t \in t_N\}$ — белый шум. Доказательство этого вывода содержится в *теореме представления*, которую здесь приведем без доказательства (см. гл. 4, п. 3, 5 в [15]).

2.4.4. Теорема представления

Если спектральная плотность $\varphi(\omega)$ — рациональная функция, то существует асимптотически устойчивая линейная динамическая система с весовой функцией $h(t)$, такая, что при воздействии на ее вход белым шумом с дискретным временем $\Delta t = k\Delta t$ (Δt — период дискретизации; $k=0, 1, \dots, N, \dots$ — дискретное время) ее выходным сигналом будет стационарный процесс со спектральной плотностью:

$$\varphi(\omega) = \frac{C(j\omega)C(-j\omega)}{A(j\omega)A(-j\omega)},$$

где $A(s)$ и $C(s)$ — гурвицевы полиномы, то таким асимптотически устойчивым стационарным фильтром мог бы быть линейный фильтр с передаточной функцией $H(s) = C(s)/A(s)$ (рис. 2.12). Однако, строго говоря, в этом случае теорема представления в данной формулировке не выполняется. Но если сигнал $\{\xi(t), t \in t_N\}$ — не белый, а "розовый", т. е. ограниченный по полосе частот $\{\xi^*(t), t \in t_N\}$, то выбор "формирующего фильтра" $H(s) = C(s)/A(s)$ удовлетворяет теореме представления.

Итак, модель стохастических возмущений линейного устойчивого и минимально-фазового объекта предполагает знание спектральной плотности сигнала на выходе объекта управления. "Розовый" или белый шум с ограниченным частотным диапазоном, но бóльшим, чем диапазон существенных частот для объекта ("порождающий процесс") на выходе формирующего фильтра $H(s) = C(s)/A(s)$, вызывает реакцию в виде стохастического сигнала $v(t)$ — эквивалентного возмущения, приведенного к выходу объекта управления. Сигнал $v(t)$ моделирует влияние случайных факторов на объект управления, и расчет управляющего воздействия должен

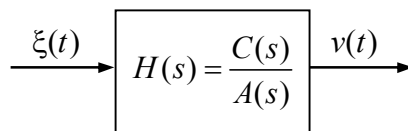


Рис. 2.12

быть выполнен с учетом эквивалентного возмущения. Если порождающий процесс $\{\xi^*(t), t \in t_N\}$ — гауссовский, то возмущение $v(t)$ является гауссовским марковским процессом.

Из теоремы представления следует, что объект, возбуждаемый белым шумом с дискретным временем, можно представить разностным уравнением

$$y_k = \sum_{s=-\infty}^k h_{k-s} \xi_s, \quad (2.12)$$

где $\{\xi_k\}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин в дискретные моменты времени $k\Delta t$. В предположении, что существует преобразование, обратное преобразованию (2.12), найдется функция

g_k , такая, что имеет место соотношение $\xi_k = \sum_{l=-\infty}^k g_{k-l} \xi_l$. Это означает, что по

известным y_k, y_{k-1}, \dots можно восстановить и ξ_k, ξ_{k-1}, \dots . Следовательно, обе последовательности информационно идентичны. Для времени $(k+1)\Delta t$ уравнение (2.12) может быть записано и преобразовано следующим образом:

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= \sum_{s=-\infty}^{k+1} h_{k+1-s} \xi_s = \sum_{s=-\infty}^k h_{k+1-s} \xi_s + h_0 \xi_{s+1} = \\ &= \left(\sum_{s=-\infty}^k h_{k+1-s} \right) \left(\sum_{l=-\infty}^k g_{k-l} y_l \right) + h_0 \xi_{s+1}. \end{aligned}$$

Выражение $\left(\sum_{s=-\infty}^k h_{k+1-s} \right) \left(\sum_{l=-\infty}^k g_{k-l} y_l \right)$ есть наилучшее среднеквадратич-

ное предсказание процесса y_{k+1} по прошлым значениям y_k, y_{k-1}, \dots . Поэтому применение аппарата разностных уравнений эффективно для задач фильтрации и предсказания. С другой стороны, его применение для описания моделей линейных возмущений по теореме представления позволяет избежать некорректностей математического характера при моделировании эквивалентных возмущений, приводимых к выходу объекта как стационарных случайных процессов, порожденных пропусканием непрерывного белого шума через устойчивый непрерывный динамический фильтр. По этой причине в последующем (см. 3.6) при рассмотрении стохастических систем мы будем применять вместо непрерывных операторных уравнений типа (2.7) его дискретный аналог в форме разностных операторных уравнений:

$$A(z)y_k = zB(z)u_k + C(z)f_k, \quad (2.13)$$

где z — оператор запаздывания: $z^m x_k = x_{k-m}$, $m = 1, 2, \dots$

2.5. Модели многомерных и многосвязных линейных объектов

Многомерная модель "вход/выход" с точностью до обозначений может быть введена точно так же, как и скалярная, если допустимо принять гипотезу о линеаризации, использовать следствия принципа суперпозиции, а вместо скалярных переменных $x = x(t)$; $u = u(t)$; $f = f(t)$ использовать векторные, записанные выше: $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, \dots, x_n)$; $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, \dots, u_m)$; $\mathbf{f} = \text{col}(f_1, \dots, f_l)$. Но на этом формальное сходство моделей закончится, если только в понятии "многомерные системы" сохранить тривиальный частный случай, когда многомерность определяется как совокупность несвязанных между собой одномерных динамических систем. Если же есть связи между переменными, существенно влияющие друг на друга во времени, то картина резко изменяется. Уже само определение взаимно связанных воздействий и управление ими в многомерных и многосвязных системах представляет собой теоретическую проблему и сложную практическую задачу.

К чему приводит многомерность и наличие внутренних связей? Ответ на этот и последующие вопросы начнем с анализа двухмерного объекта, т. е. объекта с двумя входами и двумя выходами. В принципе одинаковая размерность векторов входа и выхода не обязательна, но примем это допущение для упрощения последующих векторно-матричных преобразований, которыми будем пользоваться при анализе. Отметим, что задача стабилизации при возмущениях всех выходов так называемых *переопределенных* объектов, в которых число регулируемых переменных больше числа регулирующих воздействий, не может быть, строго говоря, решена. Стабилизация объекта осуществима в некотором допустимом диапазоне регулируемых переменных (см. п. 7.11 в [16]). Как и ранее, ограничимся линейными моделями объектов.

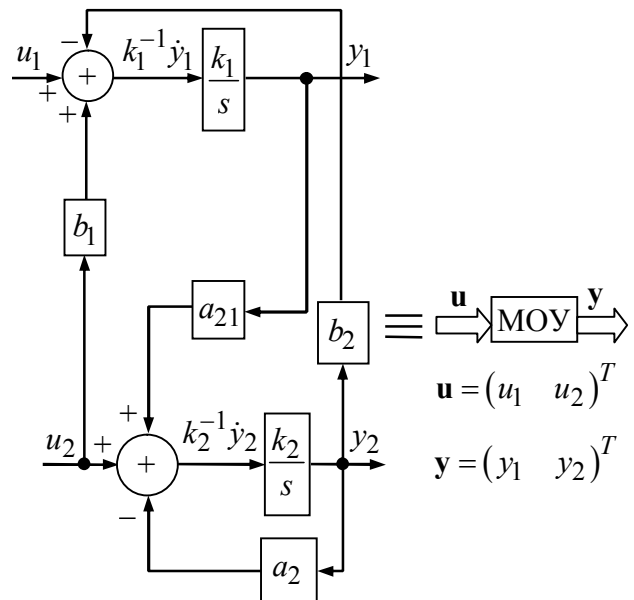


Рис. 2.13

На рис. 2.13 изображен пример структурной схемы двухмерной модели объекта "вход/выход", иллюстрирующей такие характерные для многомерных и многосвязных объектов свойства, как наличие прямых и перекрестных обратных связей, связей по входу. Взаимодействие каналов "вход/выход" существенно затрудняет анализ многосвязных систем и синтез законов управления u_1 и u_2 , учитывающих связность каналов регулирования. Используя структурную схему на рис. 2.13, составим уравнения, устанавливающие связь между векторами управления $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, \dots, u_n)$ и выхода $\mathbf{y} = \text{col}(y_1, \dots, y_m)$. Непосредственно из рис. 2.13 следуют уравнения:

$$\begin{aligned} k_1^{-1} \dot{y}_1 &= 0 \cdot y_1 - b_2 \cdot y_2 + 1 \cdot u_1 + b_1 \cdot u_2; \\ k_2^{-1} \dot{y}_2 &= a_{21} \cdot y_1 - a_2 \cdot y_2 + 0 \cdot u_1 + 1 \cdot u_2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Домножая левые и правые части каждого дифференциального уравнения системы (2.14) на k_1 и k_2 соответственно, обозначая полученные коэффициенты в правых частях символами α_{ij} и β_{ij} , запишем эти уравнения в векторно-матричной форме $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{B}\mathbf{u}$, где элементы α_{ij} и β_{ij} матриц

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_{12} \\ \alpha_{21} & -\alpha_{22} \end{bmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ очевидным образом связаны с параметрами исходной системы дифференциальных уравнений.

Для полученной системы применение аппарата метода пространства состояний становится уже не столь привычным и очевидным, как в случае использования уравнений в форме Коши в частном случае или в "нормальной форме" в общем случае, когда в заданной системе дифференциальные уравнения развязаны относительно *переменных состояния*. Возникает классическая проблема приведения исходных уравнений к *стандартной форме уравнений состояния* [17]. Прежде чем показать, каким образом это можно сделать, составим модель двухмерного объекта, используя преобразование Лапласа.

2.5.1. Матричные передаточные функции

Предположим, что начальные условия системы нулевые. Оба дифференциальных уравнения (2.14) преобразуются по Лапласу, затем выходные переменные $y_1(s)$ и $y_2(s)$ выписываются как функции $u_1(s)$ и $u_2(s)$:

$$\begin{aligned} y_1(s) &= f_1(u_1(s), u_2(s)); \\ y_2(s) &= f_2(u_1(s), u_2(s)). \end{aligned}$$

В развернутом виде система уравнений для схемы на рис. 2.13 примет вид:

$$\begin{cases} y_1(s) = \frac{\overbrace{\beta_{11}s(s + \alpha_{22})}^{W_{11}(s)}}{\Delta(s)} u_1(s) + \frac{\overbrace{\beta_{12}(s) + \alpha_{22}\beta_{12}(s) - \alpha_{12}\beta_{22}}^{W_{12}(s)}}{\Delta(s)} u_2(s); \\ y_2(s) = \frac{\underbrace{\alpha_{21}\beta_{11}s}_{W_{21}(s)}}{\Delta(s)} u_1(s) + \frac{\underbrace{s(\beta_{11}\alpha_{21} + \beta_{22})}_{W_{22}(s)}}{\Delta(s)} u_2(s), \end{cases} \quad (2.15)$$

где $\Delta(s) = s^2 + \alpha_{22}s + \alpha_{12}\alpha_{21}$ — характеристический полином. Введем векторы $\mathbf{y}(s) = \text{col}(y_1(s), y_2(s))$, $\mathbf{u}(s) = \text{col}(u_1(s), u_2(s))$ и запишем систему уравнений (2.15) в векторно-матричной форме: $\mathbf{y}(s) = \mathbf{W}^T(s)\mathbf{u}(s)$, где $\mathbf{W}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}$ — *матричная передаточная функция* (МПФ) объекта. Диагональные элементы МПФ устанавливают связь между одноименными входами и выходами модели объекта (*главными координатами*); внедиагональные передаточные функции $W_{12}(s)$ и $W_{21}(s)$ характеризуют перекрестные связи между входами и выходами в соответствии с рис. 2.13 и как это определено системой уравнений (2.15).

Таким образом, двухмерный объект описывается четырьмя передаточными функциями; для описания трехмерного объекта потребуется уже девять функций и т. д. Очевидно, что аппарат передаточных функций, удобный для анализа и синтеза одномерных систем управления, для многомерных и многосвязных систем теряет свою инженерную привлекательность. Заметим также, что связность МПФ проявляется в едином для всех передаточных функций модели характеристическом полиноме.

Поэтому аналитические методы для анализа и синтеза многомерных систем целесообразно сочетать с компьютерным моделированием. Для этого необходимо переходить к моделям многомерных и многосвязных объектов в виде уравнений состояния (типа уравнений в форме Коши, ориентированных на использование компьютерной техники и хорошо зарекомендовавших себя пакетов программ для исследования динамических систем).

2.5.2. Уравнения состояния многосвязных объектов

Полагаем теперь, что исходные уравнения модели объекта заданы системой дифференциальных уравнений в операторной форме:

$$\sum_{j=1}^n q_{ij}(p)y_j(t) = \sum_{j=1}^n r_{ij}(p)u_j(t), \quad i \in \overline{1, n}. \quad (2.16)$$

Здесь $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $q_{ij}(p), r_{ij}(p)$ — линейные полиномы с максимальной размерностью $\max v$. Например, для предшествующего двумерного объекта операторные уравнения (2.16) имеют вид

$$\begin{aligned} q_{11}(p)y_1(t) + q_{12}(p)y_2(t) &= r_{11}(p)u_1(t) + r_{12}(p)u_2(t); \\ q_{21}(p)y_1(t) + q_{22}(p)y_2(t) &= r_{21}(p)u_1(t) + r_{22}(p)u_2(t), \end{aligned}$$

где $q_{11}(p) = p$; $q_{12}(p) = \alpha_{12}$; $q_{21}(p) = -\alpha_{21}$; $q_{22}(p) = p + \alpha_{22}$; $r_{11}(p) = \beta_{11}$; $r_{12}(p) = \beta_{12}$; $r_{21}(p) = 0$; $r_{22}(p) = \beta_{22}$. Введем *полиномиальные матрицы*, элементами которых являются многочлены $q_{ij}(p), r_{ij}(p), i, j \in \overline{1, n}$:

$$\mathbf{Q}(p) = \begin{bmatrix} q_{11}(p) & q_{12}(p) \\ q_{21}(p) & q_{22}(p) \end{bmatrix} = \|q_{ij}(p)\|_{i, j \in \overline{1, n}}; \quad \mathbf{R}(p) = \|r_{ij}(p)\|_{i, j \in \overline{1, n}}. \quad (2.17)$$

Использование полиномиальных матриц (2.17) позволяет переписать исходную систему операторных уравнений в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{Q}(p)\mathbf{y}(t) = \mathbf{R}(p)\mathbf{u}(t), \quad (2.18)$$

откуда следует, что $\mathbf{y}(t) = \mathbf{Q}^{-1}(p)\mathbf{R}(p)\mathbf{u}(t) = \mathbf{W}(p)\mathbf{u}(t)$. Матрица $\mathbf{Q}(p)$ должна быть неособой, т. е. иметь ненулевой определитель. В противном случае исходная система дифференциальных уравнений (2.16) избыточна и уравнение одной из переменных (по крайней мере) необходимо исключить.

Уравнение (2.18) можно считать скрытой формой записи обыкновенного дифференциального уравнения с векторными аргументами $\mathbf{y}(t)$ и $\mathbf{u}(t)$. Это станет понятным, если полиномиальные матрицы операторов $\mathbf{Q}(p)$ и $\mathbf{R}(p)$ переписать в виде суммы матричных многочленов, т. е. разложить в ряд по степеням оператора p , где размерность разложения определяется максимальным значением размерности $\max v$ полиномов $q_{ij}(p), r_{ij}(p)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(p)\mathbf{y}(p) &= \mathbf{y}(t) \left(\mathbf{Q}^{(0)} p^v + \mathbf{Q}^{(1)} p^{v-1} + \dots + \mathbf{Q}^{(l)} p^{v-l} + \dots + \mathbf{Q}^{(v)} p^0 \right) = \\ &= \mathbf{R}(p)\mathbf{u}(t) = \left(\mathbf{R}^{(1)} p^{v-1} + \mathbf{R}^{(2)} p^{v-2} + \dots + \mathbf{R}^{(v)} p^0 \right) \mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Примечания: 1. Размерность по v полинома правой части (2.19) принята на единицу меньше размерности полинома левой части уравнения.

2. $\mathbf{Q}^{(l)} = \|q_{i,j}^{(l)}\|_{i, j \in \overline{1, n}}; l = 0, 1, \dots, v; \mathbf{R}^{(k)} = \|r_{i,j}^{(k)}\|_{i, j \in \overline{1, n}}; k = 0, 1, \dots, v-1$ — числовые матрицы, состоящие из коэффициентов полиномов исходной системы уравнений (2.16) с соответствующими индексами.

3. Матрица коэффициентов для индикатора $l = 0$, т. е. матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ — неособая, что выполняется, если матрица $\mathbf{Q}(p)$ неособая.

Пример 1. Запишем разложение полиномиальной матрицы $\mathbf{Q}(p)$:

$$\mathbf{Q}(p) = \begin{bmatrix} p^2 + p & p + 1 \\ p & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^{(0)}} p^2 + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^{(1)}} p + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^{(2)}} p^0, \quad \max v = 2.$$

Числовая матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$, очевидно, особая, так как ее определитель равен нулю, следовательно, исходная система уравнений с матрицей $\mathbf{Q}(p)$ избыточная.

Пример 2. Полиномиальная матрица (2.17) для двухмерной модели объекта (2.14) в виде ряда (2.19) выглядит следующим образом:

$$\mathbf{Q}(p) = \begin{bmatrix} p & \alpha_{12} \\ -\alpha_{21} & p + \alpha_{22} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^{(0)}} p + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \alpha_{12} \\ -\alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^{(1)}} p^0; \quad \max v = 1.$$

Числовая матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ в этом примере неособая, так как $\det \mathbf{Q}^{(0)} \neq 0$.

Запишем частный случай уравнения (2.19), где правая часть уравнения не содержит производных вектора управления:

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}^{(0)} p^v + \mathbf{Q}^{(1)} p^{v-1} + \dots + \mathbf{Q}^{(l)} p^{v-l} + \dots + \mathbf{Q}^{(v)}) \mathbf{y}(t) = \\ = \mathbf{R}^{(v)} \mathbf{u}(t) = \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (2.20)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица с размерами $n \times n$, принимаемая для упрощения преобразований без потери общности получаемых результатов. Уравнения (2.19) и (2.20) с точностью до обозначений подобны скалярным дифференциальным уравнениям порядка v , в котором вместо числовых коэффициентов (скаляров) используются числовые матрицы с размером $n \times n$.

В терминах пространства состояний динамические объекты описываются системой дифференциальных (или разностных) уравнений первого порядка (стандартная форма уравнений состояния). Для одномерного случая — это классические уравнения в форме Коши, где вектор-столбец состояния образуется переменной x и ее производными включительно до $(n - 1)$ -й, где n — порядок дифференциального уравнения. По аналогии состояние многомерных систем также определяется вектором состояния $\mathbf{y}(t)$ с составляющими в виде множества векторов $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N$ N -мерной системы.

Совокупность N линейно независимых векторов образует базис N -мерного векторного пространства состояний. Есть известный произвол в выборе базиса. Например, природа переменных состояния не имеет существенного значения в отличие от фазовых координат, которые имеют вполне определенную физическую трактовку. В этом смысле фазовое пространство и пространство состояний отличаются. Существенно, что размерность абстрактного пространства состояний и размерность дифференциальных уравнений реальной динамической системы должны совпадать. В уравнениях в форме Коши координаты фазового пространства имеют очевидную физическую природу, а размерность системы равна порядку исходного дифференциального уравнения.

В многомерных системах между координатами пространства состояний и переменными исходной системы дифференциальных уравнений связь в общем случае устанавливается через *неособое преобразование*, т. е. между "новыми" и "старыми" переменными предполагается взаимно однозначное соответствие:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F} \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{x}, \quad \det \mathbf{F} \neq 0, \quad (2.21)$$

где \mathbf{y} — вектор переменных y_1, y_2, \dots, y_N исходной системы уравнений; \mathbf{x} — новый вектор пространства состояний этой системы; \mathbf{F} — квадратная матрица с ненулевым определителем $\det \mathbf{F} \neq 0$. Далее будем следовать этому методу формирования вектора состояния [18].

Вектор состояния или вектор переменных фазового пространства многомерной системы порождается переменными левой части дифференциального уравнения — в нашем случае уравнения (2.20). Введем следующие векторы:

$$\hat{\mathbf{y}} = \text{col}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(v-1)}) \quad \text{и} \quad \hat{\mathbf{x}} = \text{col}(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^{v-1}, \dots, \mathbf{x}^1). \quad (2.22)$$

Размерность вектора $\hat{\mathbf{y}}$ равна размерности исходной системы уравнений (2.16) $N = nv$ при условии, что матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ неособая. Вектор $\hat{\mathbf{y}}$ по своей "конструкции" подобен вектору состояния формы Коши. Следуя (2.21), для перехода от "старых" переменных $\hat{\mathbf{y}}$ к новому базису $\hat{\mathbf{x}}$ пространства состояний применим квадратную нижнетреугольную матрицу \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{(0)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}^{(1)} & \mathbf{Q}^{(0)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}^{(2)} & \mathbf{Q}^{(1)} & \mathbf{Q}^{(0)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{Q}^{(v-1)} & \mathbf{Q}^{(v-2)} & \dots & \mathbf{Q}^{(1)} & \mathbf{Q}^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Так как $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{y}}$, то в развернутом виде получим:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}^{(v)} &= \mathbf{Q}^{(0)}\mathbf{y} = && = \mathbf{Q}^{(0)}\mathbf{y}; \\ \mathbf{x}^{(v-1)} &= \mathbf{Q}^{(1)}\mathbf{y} + \mathbf{Q}^{(0)}\dot{\mathbf{y}} = && = \mathbf{Q}^{(1)}\mathbf{y} + \dot{\mathbf{x}}^{(v)}; \\ \mathbf{x}^{(v-2)} &= \mathbf{Q}^{(2)}\mathbf{y} + \mathbf{Q}^{(1)}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{Q}^{(2)}\ddot{\mathbf{y}} = && = \mathbf{Q}^{(2)}\mathbf{y} + \dot{\mathbf{x}}^{(v-1)}; \\ \dots\dots\dots & && \\ \mathbf{x}^{(1)} &= \mathbf{Q}^{(v-1)}\mathbf{y} + \mathbf{Q}^{(v-2)}\dot{\mathbf{y}} + \dots + \mathbf{Q}^{(0)}\mathbf{y}^{(v-1)} = \mathbf{Q}^{(v-1)}\mathbf{y} + \dot{\mathbf{x}}^{(2)}. \end{aligned} \right\} (2.24)$$

Каждый элемент последнего столбца в (2.24) записывается с использованием последовательной подстановки производных вектора \mathbf{y} из предшествующей этому элементу строки системы (2.24).

В системе векторных дифференциальных уравнений все матрицы $\mathbf{Q}^{(l)}$ с размерами $v \times v$. Матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ — по условию неособая матрица. Следовательно, диагональная матрица преобразования \mathbf{F} (2.23) также неособая, так как $\det \mathbf{F} = \det \mathbf{Q}^{(0)} \neq 0$. Отсюда следует, что новый вектор $\hat{\mathbf{x}}$ — вектор состояния — имеет размерность, равную порядку системы $N = nv$, как и вектор $\hat{\mathbf{y}}$. Последующее преобразование системы (2.24) сделаем для векторного дифференциального уравнения (2.20).

При учете правой части нижнего уравнения в системе (2.24) по индукции и с учетом уравнения (2.19) можно записать:

$$0 = \mathbf{Q}^{(v)}\mathbf{y} + \dot{\mathbf{x}}^{(1)} - \mathbf{u}. \quad (2.25)$$

Подставляя во все уравнения системы (2.24), дополненной уравнением (2.25), вектор \mathbf{y} из первого уравнения этой же системы:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \mathbf{x}^{(v)}, \quad (2.26)$$

приходим к уравнениям состояния для многомерной системы (2.16):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^{(1)} &= -\mathbf{Q}^{(v)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \mathbf{x}^{(v)} + \mathbf{u}; \\ \dot{\mathbf{x}}^{(2)} &= \dot{\mathbf{x}}^{(1)} - \mathbf{Q}^{(v-1)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \mathbf{x}^{(v)}; \\ \dots\dots\dots & \\ \dot{\mathbf{x}}^{(v)} &= \dot{\mathbf{x}}^{(v-1)} - \mathbf{Q}^{(1)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \mathbf{x}^{(v)}; \\ \mathbf{y} &= (\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \mathbf{x}^{(v)}. \end{aligned} \right\} (2.27)$$

Систему уравнений (2.27) можно записать в стандартной форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \right\}$$

где блочные матрицы \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{C} согласно (2.27) раскрываются в виде

$$\mathbf{A} = \left\| \begin{array}{cccccc} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}^{(\nu)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}^{(\nu-1)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}^{(\nu-2)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} & -\mathbf{Q}^{(1)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \end{array} \right\|; \quad \mathbf{B} = \left\| \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{array} \right\|; \quad \mathbf{C} = \left\| \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad (\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \right\|.$$

Блочно-диагональная матрица \mathbf{A} с размером $n\nu \times n\nu$ относится к так называемой *фробениусовой нормальной форме* (по имени немецкого математика Ф. Г. Фробениуса — F. G. Frobenius, 1849–1917).

Обобщение результатов по составлению уравнений состояния для векторного уравнения (2.19) оставим для самостоятельной работы (см. [18]). Изменение коснется матрицы управления \mathbf{B} , которая в этом случае примет вид $\mathbf{B} = [\mathbf{R}^{(\nu)} \mid \mathbf{R}^{(\nu-1)} \mid \dots \mid \mathbf{R}^{(1)}]^T$. Структура модели уравнений состояния многомерных линейных систем приведена на рис. 2.14 и может быть использована для исследования динамики объектов управления в процессе компьютерного моделирования.

Пример 3. Движение самолета в продольной плоскости (плоскости симметрии самолета) описывается системой трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}(t) + n_{11}v(t) + n_{12}\alpha(t) + n_{13}\theta(t) &= n_p\delta_T(t); \\ -n_{21}v(t) + \dot{\alpha}(t) + n_{22}\alpha(t) - \dot{\theta}(t) + n_{23}\theta(t) &= 0; \\ n_{31}v(t) + n_{0}\dot{\alpha}(t) + n_{32}\alpha(t) + \ddot{\theta}(t) + n_{33}\dot{\theta}(t) &= n_B\delta_B(t), \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

где θ — угол тангажа (угол между горизонтом и продольной осью самолета); α — угол атаки (угол между вектором скорости и продольной осью); v — относительное отклонение скорости полета самолета от установившегося (или расчетного) значения; δ_B — изменение положения руля высоты; δ_T — изменение тяги двигателя; n_{ij} , n_p , n_B — коэффициенты, зависящие от аэродинамики, весовых характеристик полета, режимов полета.

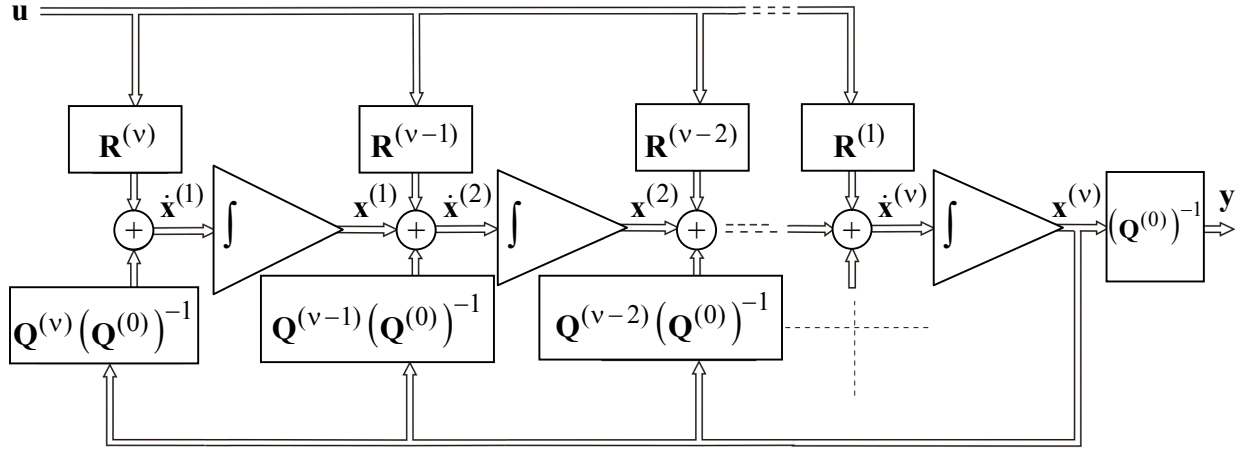


Рис. 2.14

Перепишем эту систему в операторной форме:

$$\left. \begin{aligned} (p + n_{11})v + n_{12}\alpha + n_{13}\theta &= n_p \delta_T; \\ -n_{21}v + (p + n_{22})\alpha - (p - n_{23})\theta &= 0; \\ n_{31}v + (n_0 p + n_{32})\alpha + p(p + n_{33})\theta &= n_B \delta_B. \end{aligned} \right\}$$

Введем в принятых обозначениях многочлены $q_{ij}(p)$ и $r_{ij}(p)$:

$$\begin{aligned} q_{11}(p) &= p + n_{11}; & q_{12}(p) &= n_{12}; & q_{13}(p) &= n_{13}; & r_{11} &= n_p; \\ q_{21}(p) &= -n_{21}; & q_{22}(p) &= p + n_{22}; & q_{23}(p) &= -(p - n_{23}); & r_{21} &= 0; \\ q_{31}(p) &= n_{31}; & q_{32}(p) &= n_0 p + 1; & q_{33}(p) &= p(p + n_{33}); & r_{31} &= n_B. \end{aligned}$$

Полиномиальные матрицы $\mathbf{Q}(p)$ и $\mathbf{R}(p)$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{Q}(p) = \begin{bmatrix} p + n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ -n_{21} & p + n_{22} & -(p - n_{23}) \\ n_{31} & n_0 p + 1 & p(p + n_{33}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}(p) = \begin{bmatrix} n_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_B \end{bmatrix}; \quad \max v = 2.$$

Разложение матрицы $\mathbf{Q}(p)$ в ряд по степеням p обнаруживает, что числовая матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ особая, т. е. $\det \mathbf{Q}^{(0)} = 0$. Из этого следует, что исходная система задана избыточной и одно из уравнений системы (2.28) можно исключить.

Пусть это будет переменная α (для этого α из одного из уравнений подставляется в оставшиеся). После всех необходимых преобразований получим новые полиномы $q_{ij}^*(p)$ и $r_{ij}^*(p)$:

$$\begin{aligned} q_{11}^*(p) &= p^2 + a_{11}p + a_{12}; & r_{11}^*(p) &= c_{11}p + c_{12}; \\ q_{12}^*(p) &= b_{11}p + b_{12}; & r_{12}^*(p) &= 0; \\ q_{21}^*(p) &= a_{20}p^2 + a_{21}p + a_{22}; & r_{21}^*(p) &= c_{21}p + c_{22}; \\ q_{22}^*(p) &= p^2 + b_{21}p + b_{22}; & r_{22}^*(p) &= -c_{23}. \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} вычисляются как функции исходных коэффициентов n_{ij} . Нетрудно убедиться, что в этом случае новая матрица $\mathbf{Q}^{(0)}$ неособая и уравнения состояния существуют, так как все преобразования будут корректными. Опуская промежуточные преобразования и используя записанные выше матрицы \mathbf{A}, \mathbf{B} и \mathbf{C} , значения размерностей $v = 2$ и $n = 2$, запишем конечный результат: вектор состояний $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(1)} \\ \mathbf{x}^{(2)} \end{bmatrix}$; матрицы $\mathbf{A} =$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Q}^{(1)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{Q}^{(2)}(\mathbf{Q}^{(0)})^{-1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(1)} \\ \mathbf{R}^{(2)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [\mathbf{0} \ : \ (\mathbf{Q}^{(0)})^{-1}].$$

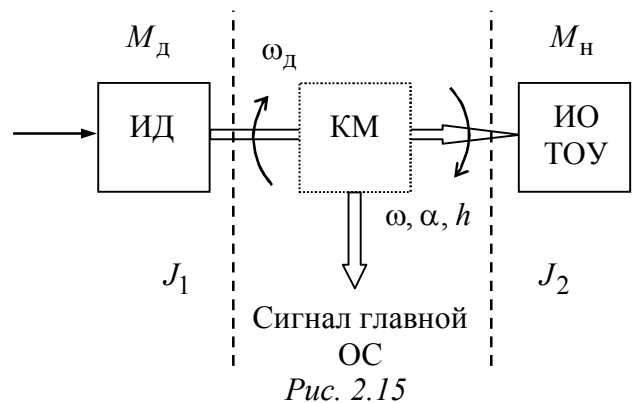
Все блочные матрицы имеют размерность 2×2 , размер вектора состояний $\mathbf{x} — 4 \times 1$, матрицы $\mathbf{A} — 4 \times 4$, матрицы $\mathbf{B} — 4 \times 2$ и матрицы $\mathbf{C} — 2 \times 4$.

Примечание: в качестве упражнения предлагается: а) записать числовые матрицы $\mathbf{Q}^{(0)}, (\mathbf{Q}^{(0)})^{-1}, \mathbf{Q}^{(1)}, \mathbf{Q}^{(2)}, \mathbf{R}^{(1)}$ и $\mathbf{R}^{(2)}$; б) составить уравнения состояния для объекта на рис. 2.13.

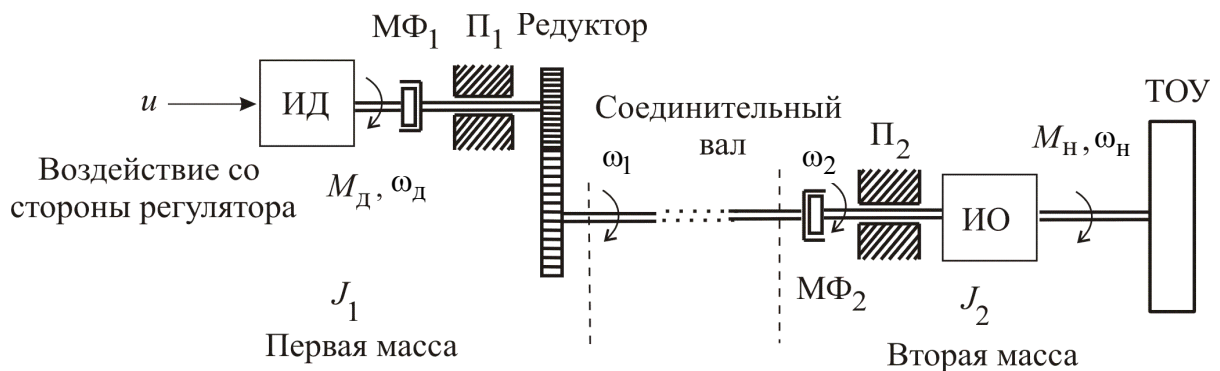
2.6. Особенности моделей объектов регулирования в следящих системах и электрических приводах

Напомним, что наиболее распространенной задачей как следящих систем, так и регулируемых электроприводов является *перемещение* (угловое α , линейное h) и *вращение* с переменной скоростью ω исполнительных органов технологических объектов и установок [19]. В этом смысле и СС, и регулируемые ЭП играют роль усилителей механической силы. Роль передаточного устройства от исполнительного двигателя до приводимых в движение рабочих органов объекта выполняет *кинематический механизм* (КМ) — механическая передача, включающая в свой состав соединительные муфты, валы, редукторы, вспомогательные компоненты (рис. 2.15). При невысоких требованиях по точности передачи, малой мощности (малых моментов сил M_c и моментов инерции J_2 нагрузки) конструкционные материалы, из которых изготавливаются валы, зубчатые колеса редукторов и т. д., обеспечивают такую жесткость узлов КМ, когда можно пренебречь влиянием зазоров, сил трения, считать соединительные узлы абсолютно жесткими. В этих случаях при расчетах КМ обычно характеризуется статическим коэффициентом передачи $k_{\text{КМ}} = i_{\text{ред}}^{-1}$, где $i_{\text{ред}}$ — коэффициент передачи редуктора. Такое

упрощенное описание модели КМ, однако, не соответствует *реальным* динамическим свойствам, когда моменты сил и инерции исполнительного двигателя (ИД) и нагрузки M_d, M_n, J_1, J_2 велики и изменяются во времени, в том числе с реверсом. Существенным становится влияние сухого трения в опорах валов, момента вязкого трения для редукторов с зубчатой передачей в масляной ванне. Соединительные валы испытывают упругие деформации, появляются дополнительные углы кручения в соединениях. "Абсолютно" жесткая система становится *упруговязкой* и внешне простая схема на рис. 2.15 оказывается на практике нелинейной динамической системой с распределенными и переменными во времени параметрами, что обязательно должно учитываться при расчете динамических параметров быстродействующих и высокоточных СС и регулируемых ЭП в соединении с нагрузкой. Изучению особенностей и свойств КМ в этих системах посвящена обширная литература, укажем лишь на некоторые источники, прежде всего, учебного характера [4], [5], [8], [14], к которым следует обратиться с целью глубокого изучения особенностей поведения кинематических механизмов в перечисленных выше условиях эксплуатации. В настоящем пособии ограничимся известной и распространенной *двухмассовой упруговязкой* математической моделью КМ и некоторыми, наиболее важными, особенностями описания этой модели [4], [5], [14]. Функциональная модель КМ как двухмассовой упруговязкой системы изображена на рис. 2.16, где приняты следующие обозначения: исполнительный двигатель в соединении с редуктором через муфту МФ₁ и приведенным к двигателю суммарным моментом инерции J_1 ротора ИД, муфты и редуктора; исполнительный орган (ИО) ТОУ с муфтой МФ₂ с моментом инерции J_2 ; П₁ и П₂ — подшипники.



Функциональная модель КМ как двухмассовой упруговязкой системы изображена на рис. 2.16, где приняты следующие обозначения: исполнительный двигатель в соединении с редуктором через муфту МФ₁ и приведенным к двигателю суммарным моментом инерции J_1 ротора ИД, муфты и редуктора; исполнительный орган (ИО) ТОУ с муфтой МФ₂ с моментом инерции J_2 ; П₁ и П₂ — подшипники.



При синтезе моделей кинематических механизмов наиболее изучена приведенная выше функциональная схема двухмассового упруговязкого механизма с *сосредоточенными* массами [4], [14]. Первой из них считают суммарную массу ротора ИД, соединительной муфты МФ₁, зубчатых колес редуктора с общим моментом инерции J_1 ; вторая масса образована муфтой МФ₂, через которую соединительный вал подключается к ИО, собственно исполнительный орган с моментом инерции J_2 . На рис. 2.17 приведена функциональная схема КМ с указанием источников нелинейных эффектов.

Упругости зубчатого зацепления в редукторе (НЭ2) и соединительной муфты (НЭ1) могут быть объединены в общую упругость связи ИД с редуктором, а упругость связи редуктора с ИО ТОУ определяется как общая упругость соединительного вала и муфты МФ₂.

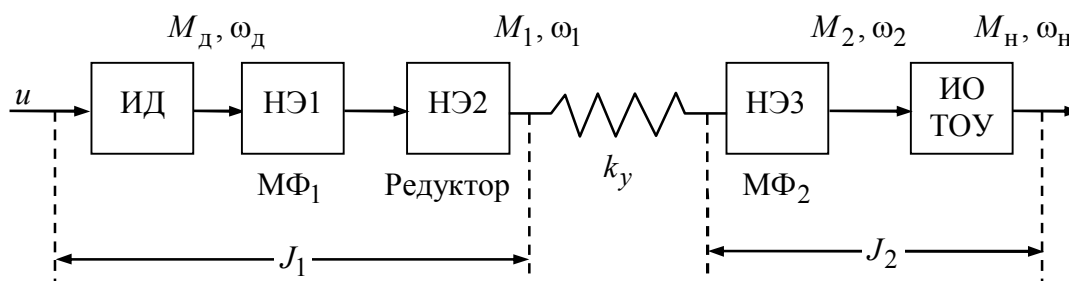


Рис. 2.17

Соединительный вал под действием крутящего момента подвергается упругому кручению подобно кручению круглого вала, защемленного одним концом, как это показано на рис. 2.18. Относительный угол закручивания на единицу длины $\theta = \varphi/l = (GJ_y)^{-1} M_d = k_y M_d$ прямо пропорционален моменту кручения, развиваемому ИД, и обратно пропорционален модулю упругости при сдвиге G . Для абсолютно жесткого вала $k_y = 0$ и угол кручения равен нулю. В знаменателе приведенной формулы имеется так называемый "полярный момент инерции сопротивления", величина которого прямо пропорциональна геометрическим размерам вала. При высоких требованиях при воспроизведении угловых перемещений угол скручивания может быть соизмеримым с допустимой ошибкой воспроизведения.

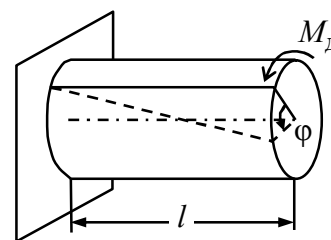


Рис. 2.18

Пример 4. Пусть соединительный вал сделан из сплава стали, для которого $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{с} \cdot \text{см}^{-2}$. Пусть в качестве соединительного вала используется стальной стержень радиусом $a = 1 \text{ см}$. Из теории сопротивления известно, что

для круглого сечения полярный момент $J_y = \pi a^4 / 2 = 1,57 \text{ см}^4 / \text{рад}$. Тогда коэффициент упругости $k_y = (GJ_y)^{-1} = 0,0796 \cdot 10^{-5} [\text{рад} / \text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^2]$. Тогда, например, при использовании ИД типа МИ-22 (развиваемая мощность $P = 0,37 \text{ кВт}$; момент $M_d = 0,016 \text{ кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}$) угол кручения $\theta_1 \cong 0,26 \text{ }^\circ / \text{см}$. При использовании более мощного двигателя типа МИ-52 ($P = 7,0 \text{ кВт}$, $M_d = 290 \text{ кг} \cdot \text{с} \cdot \text{см}$) угол кручения составляет уже $\theta_2 \cong 47,45 \text{ }^\circ / \text{см}$.

Но упругие деформации соединительного вала порождают не только статические скручивания. Сухое трение в подшипниках Π_1, Π_2 , вязкое трение в сальниках ИД и зубчатых редукторах (НЭ2 на рис. 2.17) приводят к нелинейным упругим колебаниям механической передачи, анализ влияния которых на свойства системы весьма сложен, но необходим в быстродействующих СС и регулируемых приводах. Влияние таких видов нелинейностей, как сухое и вязкое трение, в уравнениях моментов кинематического механизма иллюстрируется на рис. 2.19.

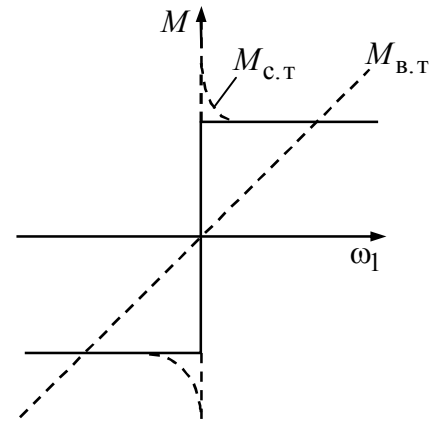


Рис. 2.19

Момент вязкого трения $M_{в.т}$ пропорционален угловой скорости ω_1 и противоположен ей по знаку. Обычно момент вязкого трения имеет существенное значение в СС и приводах с зубчатыми редукторами, погруженными в масляные ванны. Влияние моментов сухого трения $M_{с.т}$ наиболее важно для СС с плавными движениями ИО при статических моментах нагрузки. Это объясняется наличием пиков моментов сухого трения в начале координат, которые обусловлены *трением покоя*.

Линеаризованные модели двухмассового упруговязкого кинематического механизма, приведенные в [4], имеют следующий вид:

— передаточная функция КМ между скоростью вращения ротора исполнительного двигателя и скоростью вращения исполнительного органа нагрузки:

$$W_{\text{КМ}}^{\omega}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_1(s)} = \frac{k_c T_c s + 1}{\gamma T_y^2 s^2 + k_c T_c s + 1};$$

— передаточная функция КМ между скоростью вращения исполнительного органа СС ω_2 и изменением момента вращения M_d ротора ИД:

$$W_{\text{КМ}}^{M_d}(s) = \frac{\omega_2(s)}{M_d(s)} = \frac{k_c T_c s + 1}{T_M s (T_y^2 s^2 + k_c T_c s + 1)}.$$

Постоянную времени T_y называют *постоянной времени упругих колебаний*. Расчет этой постоянной времени, как и других параметров линеаризованных моделей кинематического механизма, анализ влияния упругих колебаний на динамику СС подробно изложены в [4].

3. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛСУ

В этой главе мы остановимся на известных принципах структурного синтеза ЛСУ для решения задач регулирования режимных параметров и управления состоянием динамических объектов [20], [21].

Задача регулирования, как это уже говорилось в гл. 1, включает стабилизацию режимных параметров объекта (выходных переменных), их программное изменение по заданной траектории или же следование по траектории произвольной формы.

Стабилизация — наиболее простая задача из трех перечисленных. Ее решение обеспечивает постоянство во времени заданных значений выходных переменных объекта при разного рода возмущениях — сигнальных и/или параметрических. Требования к переходным процессам по входным воздействиям обычно не предъявляются.

Программное регулирование по заранее предусмотренным временным функциям (кусочно-постоянным или кусочно-линейным) предполагает воспроизведение регулируемым параметром заданной программы с требуемой точностью на всех участках программы. Одновременно может быть необходимым решение этой задачи при возмущениях.

Воспроизведение входных воздействий произвольной формы в следящих системах с требуемой точностью как в переходных, так и в установившихся состояниях оказывается наиболее сложной задачей.

Можно предположить, что адекватное решение каждой задачи потребует в конкретных условиях применения различных принципов структурной организации системы регулирования.

Управление состоянием (режимом) означает либо его оптимизацию в каком-либо смысле, либо адаптацию к изменяющимся условиям функционирования объекта управления. Принципы построения таких систем могут оказаться отличными от принципов структурной организации обычных систем автоматического регулирования.

В данной главе изложены наиболее применяемые на практике принципы структурного синтеза ЛСУ, позволяющие наиболее эффективно выполнить поставленные задачи в конкретных условиях эксплуатации, анализ функциональных свойств систем автоматического регулирования и их потенциальных возможностей.

3.1. Регулирование по отклонению при возмущениях

В состав наиболее простой структурной схемы одноконтурной системы регулирования по отклонению (рис. 3.1) включена расчетная модель технологического объекта управления (ТОУ), включающая в себя регулирующий орган объекта; собственно объект регулирования; датчик регулируемой величины и измерительный (нормирующий) преобразователь (см. 1.3); исполнительное устройство (ИУ) с передаточной функцией $W_{ИУ}(s)$; регулятор с передаточной функцией $W_p(s)$. В последующем для упрощения будем считать включенной в $W_p(s)$ передаточную функцию ИУ, если не будет оговорено иное. Тогда с учетом расчетной модели одномерного объекта (рис. 2.3) расчетная структурная схема одноконтурной системы регулирования примет простой для анализа вид (рис. 3.2).

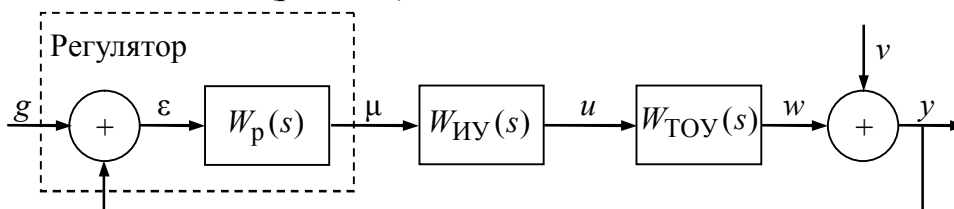


Рис. 3.1

Запишем для нее ошибку по возмущению $\varepsilon_f(s)$:

$$\varepsilon_f(s) = f(s)\Phi_\varepsilon^f(s) = f(s) \frac{W_f(s)}{1 + W_p(s)W_u(s)}. \quad (3.1)$$

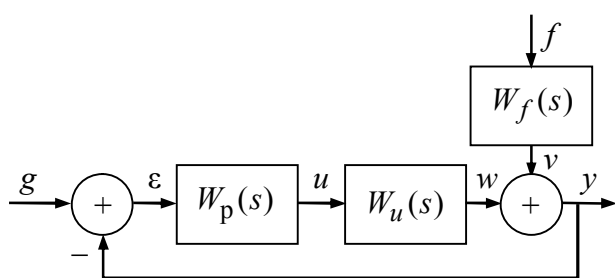


Рис. 3.2

Для всех случаев, исключая тривиальный, когда возмущения отсутствуют ($f(s) \equiv 0$), ошибка по возмущению всегда ненулевая. Очевидны две теоретические возможности сведения ошибки $\varepsilon_f(s)$ к нулю.

1. Исключить доступ возмущения к объекту. Это может быть достигнуто конструктивным путем. При внешней простоте это, однако, не самый дешевый способ компенсации влияния возмущений.

2. Достичь эффекта компенсации за счет регулятора, например, выбором его передаточной функции $W_p(s)$ такой, что $\text{mod} W_p(j\omega)W_u(j\omega) \rightarrow \infty$ в диапазоне существенных частот объекта относительно частоты среза. Из теории управления хорошо известно, что реализация этого способа обладает весьма

ограниченными возможностями, так как вступает в противоречие с условиями устойчивости. Тем не менее для случаев, когда линеаризованная модель невысокого порядка адекватна в широкой полосе частот физическим свойствам объекта (отсутствует так называемая *немоделируемая динамика*¹), компенсация влияния внешних возмущений в одноконтурных системах, построенных по принципу обратной связи, может быть достаточной для практической конкретной цели, но не более того². Для оценки ошибки требуется знание передаточной функции объекта по возмущению $W_f(s)$. Качество переходных процессов по входу задания g может быть удовлетворительным для решения задачи стабилизации, но для воспроизведения более сложных функций $g(t)$ в общем случае требуется коррекция одноконтурных структур, как это известно из теории регулирования линейных объектов.

3.2. Компенсация влияния возмущений

Компенсация влияния возмущений на объект является классической задачей регулирования. Напомним известный исторический пример "принципа компенсации нагрузки" для регулирования паровых машин французского математика и инженера Ж. В. Понселе. И хотя это было неудачное применение принципа компенсации [3] из-за астатизма объекта регулирования, позже принцип компенсации возмущений (точнее — компенсации *влияния* возмущений) получил развитие и достаточно широкое распространение как один из основных принципов автоматического регулирования наряду с принципом регулирования по отклонению, применение которого в одноконтурных системах кратко было рассмотрено выше.

3.2.1. Прямое измерение сигнальных возмущений

Рассмотрим нечасто встречающиеся случаи, когда само возмущение может быть измерено непосредственно с помощью соответствующего датчика. Используем модель объекта (2.3). Влияние возмущения f проявляется в возмущенном движении регулируемой переменной y при неизменяемом входном воздействии со стороны регулирующего воздействия u (рис. 3.3). Это дополнительное движение является ошибкой, но обнаруживается эта ошибка тогда, когда она измерена. Следовательно, речь может идти лишь о

¹ Немоделируемая динамика характеризует неучитываемые (например, в результате линеаризации) динамические свойства объекта, неучтенные и неизмеряемые возмущения и т. п.

² "Одноконтурные системы бедны как пустыня" (*из науч. фольклора*).

компенсации влияния f до приемлемого уровня. Принцип компенсации в этом случае реализуется, если помимо естественного канала влияния возмущения f дополнить объект вторым, искусственно введенным каналом 2 передачи возмущения измеряемого возмущения f и выбрать передаточную функцию

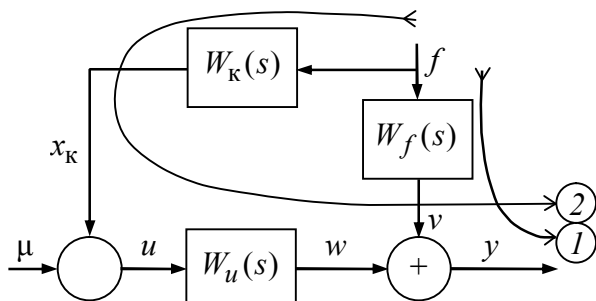


Рис. 3.3

цию $W_k(s)$ так, чтобы суммарный эффект влияния возмущения в выходной переменной y был в пределе нулевым. Таким образом, новое регулирующее воздействие на входе объекта u образуется как сумма двух воздействий: регулирующего μ и компенсирующего

x_k . Передаточная функция (в общем случае оператор передачи) устройства компенсации $W_k(s)$ выбирается из условия

$$f(s)(W_f(s) + W_k(s)W_u(s)) = 0 \text{ при } f(s) \neq 0. \quad (3.2)$$

Условие (3.2) есть *условие абсолютной инвариантности* регулируемой переменной y относительно измеряемого возмущения f . Из (3.2) следует выбор передаточной функции дополнительного канала $W_k(s)$:

$$W_k(s) = -W_f(s)W_u^{-1}(s). \quad (3.3)$$

Принципиальная возможность реализации устройства с передаточной функцией (3.3) ограничена допустимыми порядками полиномов числителя и знаменателя дробно-рациональной функции $W_k(s)$. При порядке полинома числителя (по s) бóльшем, чем порядок полинома знаменателя, точная в соответствии с (3.3) техническая реализация устройства компенсации становится невозможной, следовательно, не выполняется и условие абсолютной инвариантности (3.2). Выполняется, как принято говорить, *условие инвариантности до ε* , т. е. приближенно, с точностью до допустимой установившейся ошибки значением ε .

Компенсация влияния возмущений до ошибки ε не снимает проблему стабилизации объекта полностью: по входу регулирования объект в схеме на рис. 3.3 "не защищен" от возмущений по этому входу, от изменений свойств объекта (параметров передаточной функции $W_u(s)$). Наконец, реализация принципа компенсации в соответствии со схемой на рис. 3.3 не решает задачу регулирования по входу, если объект астатический (без *самовыравнивания*), как это было в приведенной выше исторической справке. Это привело к

идее объединения принципов регулирования по отклонению и по возмущению, или к принципу *комбинированного управления*.

3.2.2. Косвенное измерение сигнальных возмущений

В системах автоматической стабилизации объектов в широко распространенных случаях непосредственно не измеряемых возмущений внешней среды используется метод *косвенного измерения* с применением динамической модели объекта по управлению $W_M(s)$ (рис. 3.4). Если выполнить условие $W_M(s) = W_u(s)$, т. е. тождественное соответствие объекта и модели, то при возбуждении их общим входным воздействием u на выходе модели имеем *оценку* реакции объекта \hat{w} по входу u , а на выходе сравнивающего устройства — *оценку* \hat{v} эквивалентного возмущения v . Напомним, что в 2.1 w и v квалифицировались как фиктивные переменные, т. е. физически не доступные для измерений. Теоретически при идеальном совпадении динамических свойств объекта и его модели оценки будут тождественно равны значениям самих переменных. Изложенная идея косвенного измерения влияния возмущений "в вилке", образованной объектом и моделью, плодотворна для учета влияния *всех* возмущений, действующих на объект.

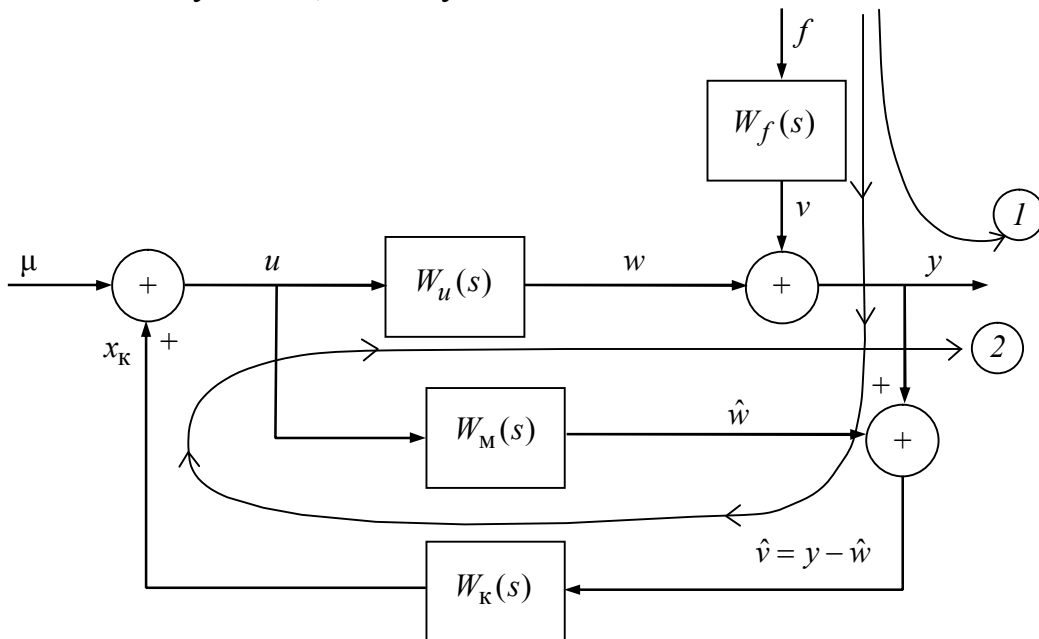


Рис. 3.4

Теперь воспользуемся подходом, принятым в предыдущем случае, и дополним структуру объекта и модели устройством компенсации, которое вместе с объектом образует канал 2 передачи эквивалентного возмущения v . Запишем изображение по Лапласу для переменной выхода объекта:

$$y(s) = \mu(s) \frac{W_u(s)}{1 + W_K(s)(W_M(s) - W_u(s))} + v(s) \frac{1 + W_K(s)W_M(s)}{1 + W_K(s)(W_M(s) - W_u(s))}. \quad (3.4)$$

Из (3.4) следует, что динамика системы стабилизации объекта с косвенным измерением возмущений более "богатая" по своим возможностям. Во-первых, условием компенсации влияния эквивалентного возмущения v , следовательно, и возмущения f , служит тождество

$$v(s)(1 + W_K(s)W_M(s)) = 0, \quad v(s) \neq 0.$$

Условием абсолютной инвариантности регулируемой переменной y здесь является выбор устройства компенсации с передаточной функцией

$$W_K(s) = W_M^{-1}(s), \quad (3.5)$$

техническая реализация которого почти всегда неосуществима в силу тех же причин, что и в предшествующем случае. Речь может идти о выполнении условий инвариантности до ε .

Во-вторых, условия устойчивости и условия инвариантности системы на рис 3.4 взаимозависимы, что следует непосредственно из знаменателя передаточных функций по входу μ и по возмущению v . Схема на рис. 3.4 эквивалентна двухконтурной системе, один из контуров является контуром с положительной обратной связью. Взаимосвязь условий компенсации и устойчивости открывает дополнительные возможности не только для решения задачи компенсации влияния неизмеряемых возмущений, но и для коррекции динамических свойств объекта по управлению.

В-третьих, дополнительные возможности открываются при объединении принципа компенсации с косвенным измерением возмущений, равно как и в случаях непосредственного измерения возмущений, с принципом регулирования по отклонению.

3.3. Комбинированные системы регулирования

Объединение принципа регулирования по отклонению и методов компенсации влияния возмущений — *комбинированное* регулирование объектов — существенно расширяет возможности автоматических систем с точки зрения функций и качества процессов регулирования. Естественно, что комбинированный принцип регулирования нашел широкое применение в практике всех классов ЛСУ, стал классическим разделом теории управления.

Принцип регулирования по отклонению в замкнутой по регулируемой переменной (режимному параметру ТОУ) системе позволяет достигать желаемой динамики поведения объекта по заданию, уменьшить влияние сигнальных и параметрических возмущений в системе, служит основой для построения типовых структур и алгоритмов (законов) регулирования.

Компенсационные механизмы для селективного подавления влияния сигнальных и параметрических возмущений на объект стабилизируют режим работы регулируемого объекта, а с другой стороны, могут быть использованы при конструировании более совершенных объектов, исходно защищенных от влияния возмущений.

Последовательно рассмотрим известные структурные схемы комбинированных систем автоматического регулирования.

3.3.1. Непосредственное измерение возмущений

Структурная схема на рис. 3.5 сочетает признаки систем, изображенных на рис. 3.2 и 3.3: схема на рис. 3.2 дополнена каналом с компенсирующим устройством $W_K(s)$ и суммирующим узлом для введения сигнала компенсации x_K на вход объекта. Замечательной особенностью системы на рис. 3.5 является принципиальная независимость условий устойчивости замкнутого контура от условий абсолютной инвариантности регулируемой переменной y относительно возмущения f . Это следует из соотношения между y , g и f :

$$y(s) = g(s) \frac{W_p(s) W_u(s)}{1 + W_p(s) W_u(s)} + f(s) \frac{W_f(s) + W_K(s) W_u(s)}{1 + W_p(s) W_u(s)}.$$

Из приведенного соотношения следует, что условия устойчивости определяются передаточными функциями объекта и регулятора. Если эти условия выполняются, то замкнутый контур, воспроизводящий задание g , устойчив независимо от выполнения условия инвариантности (3.3) относительно возмущающей переменной f , т. е. $W_K(s) = -W_f(s) W_u^{-1}(s)$.

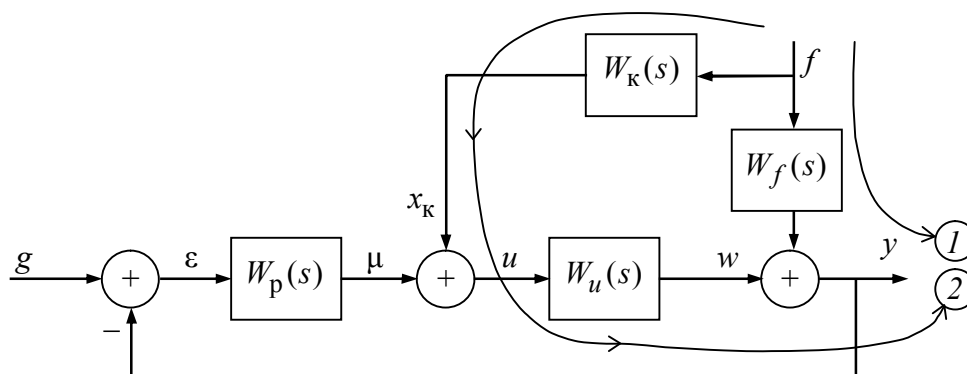


Рис. 3.5

Условия технической реализуемости устройства компенсации те же, что и сформулированные в 3.2.

Из краткого анализа главных свойств схемы на рис. 3.5 можно заключить, что ее использование целесообразно как для систем стабилизации объектов

без самовыравнивания, т. е. со свойством астатизма или же с изменяющимися параметрами передаточной функции объекта, так и для систем программного регулирования при возмущениях. Комбинированное регулирование нашло применение при построении управляемых электроприводов, следящих систем (см. 4.4), высококачественных систем регулирования ТОУ [22].

3.3.2. Косвенное измерение возмущений

Здесь расчетная схема объекта в одноконтурной системе регулирования (рис. 3.2) заменяется на схему косвенного измерения и компенсации, приведенную на рис. 3.4. В итоге структурная схема комбинированной системы с косвенным измерением возмущений принимает вид, показанный на рис. 3.6.

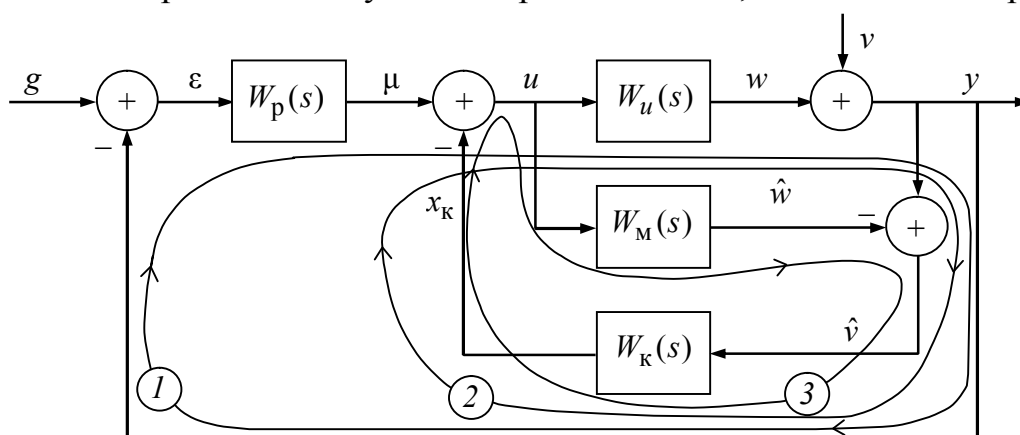


Рис. 3.6

Цифрами 1, 2 и 3 помечены три замкнутых контура, причем контур 3 — с положительной обратной связью. Свойства этой структуры объединяют свойства предшествующих схем, но появились и новые, дополнительные. Чтобы это показать, запишем соотношение между y , g и f :

$$y(s) = g(s) \frac{W_p(s)W_u(s)}{\Delta(s)} + v(s) \frac{1 - W_M(s)W_K(s)}{\Delta(s)},$$

где $\Delta(s) = 1 + W_p(s)W_u(s) + W_K(s)W_u(s) - W_M(s)W_K(s)$. Абсолютная компенсация влияния эквивалентного возмущения v достигается выбором передаточной функции $W_K(s) = W_M^{-1}(s)$. Отсюда следует, что выполнение условий абсолютной инвариантности y относительно возмущения v влияет на устойчивость системы, так как в состав дробно-рациональной функции $\Delta(s)$ входит $W_K(s)$. При строго выполненном условии выбора $W_K(s) = W_M^{-1}(s)$ функции $\Delta(s)$ изменяется:

$$\Delta(s) = W_p(s)W_u(s) + W_M^{-1}(s)W_u(s),$$

а передаточная функция замкнутой системы по входам g и f определяется как

$$y(s) = g(s) \frac{W_p(s)W_M(s)}{1 + W_p(s)W_M(s)}, \quad v(s) \neq 0.$$

Теоретически структура системы с косвенным измерением возмущения обладает свойством *двукратной* абсолютной инвариантности: относительно возмущения v и относительно свойств объекта регулирования по управлению! Техническая реализация выбора $W_K(s) = W_M^{-1}(s)$ может быть осуществлена приближенно в виде $\hat{W}_K(s) = W_M^{-1}(s)\delta(s)$, если иметь в виду, что приближенно реализуются передаточные функции, содержащие операторы дифференцирования с порядком не менее одного. Тогда $\delta(s)$ — дробно-рациональная функция $s = j\omega$, такая, что $0 < \text{mod}\delta(j\omega) \leq 1$ для $0 < \omega \leq \infty$. Для этого случая

$$y(s) = g(s) \frac{W_p(s)W_u(s)W_M(s)}{\Delta^*(s)} + v(s) \frac{1 - \delta(s)}{\Delta^*(s)}, \quad \text{mod}(1 - \delta(j\omega)) \ll 1,$$

где $\Delta^*(s) = W_M(s) + W_p(s)W_u(s)W_M(s) + (1 - W_M(s)\delta(s))$. При значении $\text{mod}\delta(j\omega) = 1$ для $0 \leq \omega \leq \infty$ функция $\Delta^*(s) = \Delta(s)$. Из приведенных соотношений следует, что свойство инвариантности до ε регулируемой переменной y относительно эквивалентного возмущения выполняется с ошибкой, зависящей от $\delta(s)$. Влияние устройства компенсации $\hat{W}_K(s) = W_M^{-1}(s)\delta(s)$ на устойчивость и качество переходных процессов сохраняется, и это влияние требует дополнительного анализа. Обратим внимание на то, что неточная реализация условия абсолютной инвариантности приводит в общем случае к повышению порядка по $s = j\omega$ характеристического полинома, который получается из функции $\Delta^*(s)$ после подстановки в нее соответствующих передаточных функций. При точном выполнении условий абсолютной инвариантности размерность характеристического полинома понижается до меньшего исходного значения.

Из приведенного анализа можно сделать вывод, что рассмотренная структура полезна при синтезе высококачественных ЛСУ, но требует по сравнению с более простыми ранее рассмотренными структурами более сложного расчета своих динамических режимов. Расчет необходим для обоснованного выбора передаточных функций устройства компенсации $\hat{W}_K(s)$ и регулятора $W_p(s)$ (или его параметров настройки) с точки зрения требуемых показателей качества.

3.3.3. Комбинированная следящая система

От типовой структуры СС, приведенной в 1.3, комбинированная СС (рис. 3.7) отличается дополнительным каналом 2 передачи воспроизводимой функции $g(t)$. Идея компенсации влияния дополнительных ошибок воспроизведения функций $g(t)$ произвольной формы та же, что и при подавлении влияния возмущений: организуются два канала передачи воспроизводимого воздействия $g(t)$, чтобы ошибка $\varepsilon(t)$ в любом случае обращалась в ноль, т. е. чтобы $y(t) \equiv g(t), t \geq 0$:

$$\varepsilon(s) = g(s)\Phi_\varepsilon(s) = g(s)\frac{1 - W_k(s)W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}.$$

В структуре на рис. 3.7 $\varepsilon(t) = 0, t \geq 0$, когда $W_k(s) = W_2^{-1}(s)$. Как и в предшествующих комбинированных структурах, точная реализация условия абсолютной инвариантности не выполнима из-за необходимости вычислять для сигнала компенсации x_k производные минимум 1-го порядка. Тем не менее приведенная структура получила самое широкое распространение в теории и практике проектирования СС. В комбинированных СС условия инвариантности и условия устойчивости замкнутого контура независимы: передаточная функция канала компенсации не влияет на характеристический полином замкнутого контура. Функциональная простота таких систем при высоком качестве процессов слежения удовлетворяет большинству прикладных задач.

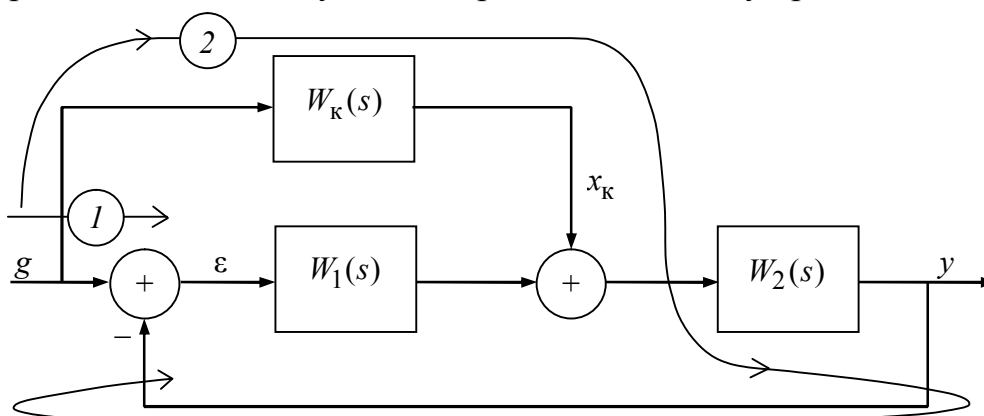


Рис. 3.7

Не останавливаясь на изложении известных методик расчета комбинированных следящих систем [8]–[10], рассмотрим особенности их расчета. Поскольку условия абсолютной инвариантности при расчете параметров передаточных функций устройств компенсации *почти всегда* не реализуются, существует известная степень неопределенности при выборе оптимальной функции. Степень этой неопределенности станет значительно меньшей, если будут опре-

делены границы требований к показателям качества процессов при наиболее сложных условиях работы СС. Например, определен допустимый класс воспроизводимых функций $g(t)$ (полиномиальных, периодических). При этом достаточным требованием может быть минимальная установившаяся ошибка (см., например, [23]). Тогда можно поставить целью расчета выбор реального устройства компенсации $\hat{W}_K(s)$, при котором расчетная комбинированная система становится эквивалентной астатической системе необходимого порядка, технически не являясь таковой. Такой расчет можно выполнить, используя известные в теории линейных систем коэффициенты ошибок [21].

Более сложным случаем расчета является выбор структуры и параметров устройства компенсации $\hat{W}_K(s) = W_2^{-1}(s)\delta(s)$, гарантирующий одновременно требуемый порядок астатизма и желаемое качество переходных процессов по воспроизводимой функции $g(t)$ в заданном классе. Для такого решения задачи синтеза можно рекомендовать метод расчета с использованием логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ) и эквивалентирования структуры на рис. 3.7 одноконтурной схемой (рис. 3.8, а) с последующим синтезом желаемых ЛЧХ [8] и определением структуры и параметров технически реализуемого устройства компенсации. Приведем базовые соотношения, подводящие к расчету комбинированной СС методом ЛЧХ.

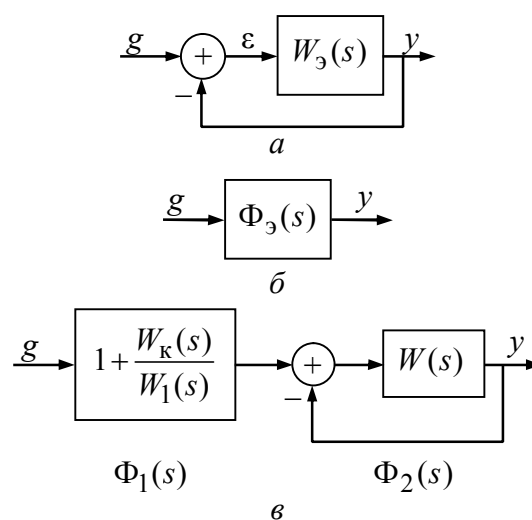


Рис. 3.8

Эквивалентная передаточная функция $W_3(s)$ разомкнутого контура на рис. 3.8, а для следящей системы на рис. 3.7 от входа g до выхода y может быть получена, если для замкнутой системы на рис. 3.7 записать передаточную функцию по тем же переменным "вход/выход" как $\Phi_3(s)$:

$$\Phi_3(s) = \frac{W_1(s)W_2(s) + W_K(s)W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} = \left(1 + \frac{W_K(s)}{W_1(s)}\right) \left(\frac{W(s)}{1 + W(s)}\right) = \Phi_1(s)\Phi_2(s).$$

Структурная схема эквивалентной системы в соответствии с записанной функцией $\Phi_3(s)$ представляет собой последовательное соединение замкнутого контура без устройства компенсации и блока преобразования входной функции $g(t)$ (рис. 3.8, в). Эквивалентная передаточная функция разомкну-

той системы, работающей только по отклонению (в отличие от системы на рис. 3.7), следует из функции $\Phi_3(s)$:

$$W_3(s) = \frac{\Phi_3(s)}{1 - \Phi_3(s)} = \frac{W(s) \left(1 + \frac{W_K(s)}{W_1(s)} \right)}{1 - W_K(s)W_2(s)}.$$

Приведенные передаточные функции положены в основу синтеза методом ЛЧХ двумя способами, подробно изложенными в [8] в гл. 6.

Нелинейные свойства кинематических механизмов следящих систем (электроприводов) необходимо учитывать при расчете. В частности, следует использовать линеаризованные модели нелинейных упруговязких кинематических механизмов, примеры которых можно найти в 2.6 и подробнее в специализированной литературе.

3.3.4. Регулирование объектов с изменяющимися параметрами

Здесь используется модель параметрических возмущений, приведенная в 2.4. Напомним, что речь идет о неконтролируемых изменениях коэффициентов дифференциальных уравнений (коэффициентах $\delta a_i(t), \delta b_j(t)$ полиномов $A(p), B(p)$ передаточной функции). В 2.4 параметрические изменения сведены к возмущающему движению $\varphi(t) = \Delta B(p, t)u(t) - \Delta A(p, t)y(t)$. Тогда задача компенсации влияния параметрических возмущений может быть рассмотрена как задача компенсации влияния сигнала $\varphi(t)$.

Для этого дополним схему на рис. 2.4 каналом передачи сигнала $\varphi(t)$ на вход объекта через компенсационное устройство с оператором $(B_0(p))^{-1}$:

$$x_K(t) = (B_0(p))^{-1} \varphi(t), \quad p = d/dt, \quad (3.6)$$

так, что $u(t) = \mu(t) + x_K(t)$, где $\mu(t)$ — внешнее управление объектом. В дальнейшем схему на рис. 3.9, а будем называть моделью *обобщенного настроиваемого объекта* (ОНО). Эквивалентом ОНО является двухконтурная структура, где один контур с отрицательной, второй с положительной обратными связями (рис. 3.9, б). При выполнении гипотезы квазистационарности, когда скорость изменения во времени параметров $\delta a_i(t), \delta b_j(t)$ существенно меньше скорости изменения переменных $u(t)$ и $y(t)$, передаточную функцию ОНО допустимо записать обычным образом:

$$W_{\text{ОНО}}(p, t) = \frac{B_0^*(p)(B_0(p) + \Delta B(p, t))}{(B_0^*(p) + \Delta B(p, t))(A_0(p) + A(p, t)) - A^*(p)(B_0(p) + \Delta B(p, t))}. \quad (3.7)$$

Помеченные звездочкой в (3.7) компоненты передаточной функции $W_{\text{ОНО}}(p, t)$ соответствуют дополнениям к исходной структуре объекта с передаточной функцией $W(p, t) = \frac{B(p, t)}{A(p, t)}$. Если настроить параметры моделей аддитивных

вариаций $\Delta A^*(p, t)$, $\Delta B^*(p, t)$ и $B^*(p)$ (отсюда — *настраиваемая модель*) так, чтобы выполнялись тождественные равенства:

$$\left. \begin{aligned} \Delta A^*(p, t) &\equiv \Delta A(p, t); \\ \Delta B^*(p, t) &\equiv \Delta B(p, t); \\ B_0^*(p, t) &\equiv B(p, t), \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

то передаточная функция ОНО (3.7) становится эквивалентной передаточной функции стационарного объекта $W_{\text{ОНО}}(p) = B_0(p)/A_0(p)$ с расчетными коэффициентами $a_{i,0}, b_{j,0}$. Регулирование такого объекта осуществляется при внешних сигнальных возмущениях известными уже способами, например, в составе одноконтурной системы регулирования (рис. 3.9, в).

Равенства (3.8), при выполнении которых квазистационарный объект становится эквивалентным стационарному с изначально заданными параметрами, равнозначны компенсации влияния вариаций параметров. Другими словами, условия (3.8) являются условиями абсолютной инвариантности свойств объекта к изменениям параметров передаточной функции при выполнении предположений об аддитивном характере вариаций относительно известных начальных или расчетных значений этих параметров. Модификация регулируемого объекта до схемы на рис. 3.9 и выполнение условий (3.8) в реальных задачах может существенно ослабить влияние нестационарности объекта.

Отметим особенности описанного подхода к синтезу системы регулирования с использованием компенсации влияния параметров на качество процессов регулирования.

Во-первых, техническая реализация структуры на рис. 3.9 принципиально допустима, так как модели вариаций физически могут быть реализованы. Это следует из схемы на рис. 3.9, б: разности порядков полиномов $\Delta A^*(p, t)$, $\Delta B^*(p, t)$ и $B_0^*(p)$ могут быть допустимыми в конкретных случаях.

Во-вторых, анализ передаточной функции (3.7) показывает, что ОНО удовлетворяет условиям грубости при неточном выполнении условий абсолютной инвариантности (3.8).

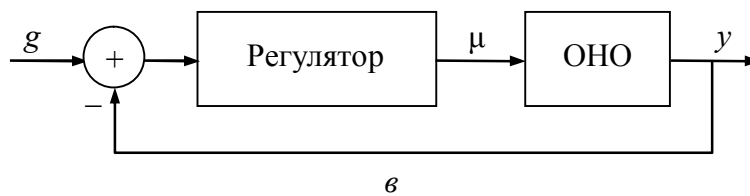
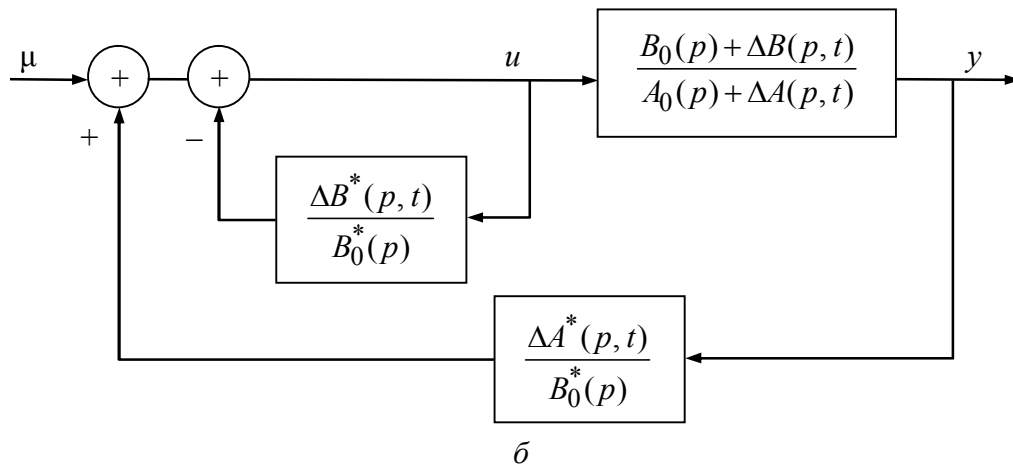
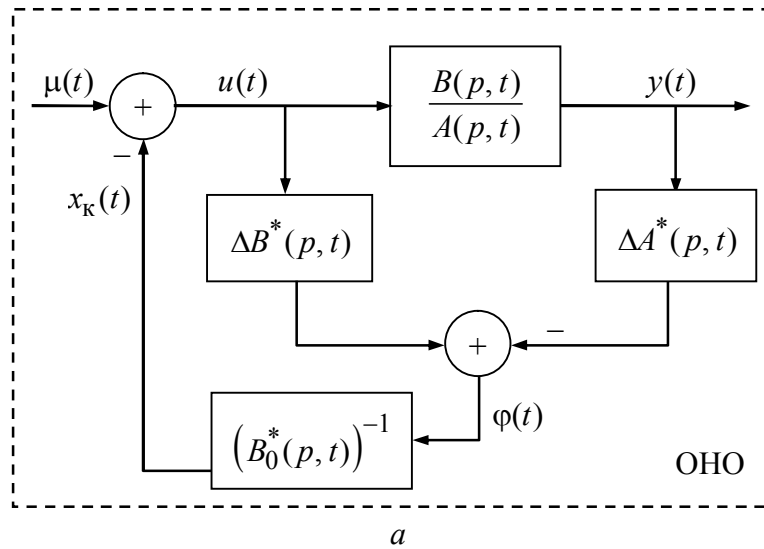


Рис. 3.9

В-третьих, структура на рис. 3.9, в должна быть дополнена устройствами оценивания текущих значений тех параметров модели объекта, влиянием которых нельзя пренебречь. Для линеаризованных моделей такими параметрами обычно являются коэффициент передачи объекта по положению (коэффициент при нулевой производной полинома $B(p, t)$) и коэффициент при первой производной полинома $A(p, t)$ передаточной функции $W(p, t) = B(p, t)/A(p, t)$. Эти особенности позволяют строить модели вариаций $\Delta A^*(p, t)$, $\Delta B^*(p, t)$ с размерностью по оператору $p = d/dt$ меньшей по крайней мере на единицу размерности полиномов $A(p)$, $B(p)$. Включение в состав структуры устройств оценива-

ния и вычисления оценок вариаций выбранных и наиболее существенно влияющих на динамику системы в целом параметров переводит систему в разряд систем с адаптацией к изменениям параметров математической модели объекта [24].

3.4. Регулирование объектов с запаздыванием

Многочисленные процессы, основанные на передаче массы, энергии, информации и т. п., сопровождаются наличием запаздывания. Это запаздывание может быть обусловлено самыми различными причинами: ограниченностью скорости распространения взаимодействия (например, электрического сигнала), "немгновенностью" нервной и мышечной реакции в системах "человек — машина", наличием инерционности некоторых элементов (например, индуктивности в электрических цепях), ограниченностью скорости протекания технологических процессов (например, горения в камере двигателя) и т. д.¹ Отсюда следует, что подобные процессы не могут быть *адекватно* описаны обыкновенными дифференциальными уравнениями, т. е. уравнениями, в которые значения неизвестной функции и ее производных входят при одном и том же значении независимой переменной — времени t . В связи с этим возникает необходимость рассматривать уравнения, в которых неизвестная функция входит при *различных* значениях аргумента t . Такими уравнениями являются дифференциальные уравнения с *отклоняющимся аргументом*, или *дифференциально-разностные уравнения*, или *дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом* вида

$$\dot{x}(t) = f[x(t), x(t - \tau), t],$$

в котором x — неизвестная функция независимого аргумента t ; $f: R^3 \rightarrow R$; τ — положительное число (*запаздывание*). Таким образом, в уравнении значение производной неизвестной функции в момент времени t определяется не только тем, как ведет себя сама функция в это время (как это было в обыкновенных дифференциальных уравнениях), но и тем, как она вела себя в предыдущий момент времени $t - \tau$ (τ секунд "назад").

Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом появились в конце XVIII в. и рассматривались, в частности, в связи с решением геометрических задач, а позднее — в связи с различными приложениями, прежде всего, к теории автоматического регулирования. Построение систематической теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом было начато в 50-х гг. XX в., а уже с 1960-х гг. эта теория представляла собой раздел математического анализа.

¹ См.: http://www-sbras.nsc.ru/rus/textbooks/akhmerov/ode_unicode/s-35/s-35.html.

Элемент "чистого" (транспортного) запаздывания относится к числу трансцендентных звеньев и в частотной области описывается передаточной функцией $W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$, где τ — постоянная времени запаздывания, с. Напомним, что $\operatorname{mod} e^{-j\omega\tau} = 1, -\infty \leq \omega \leq \infty$; логарифмические частотные характеристики $L(\omega) = \lg \operatorname{mod} e^{-j\omega\tau} = 0$, $\varphi(\omega) = \arg e^{-j\omega\tau} = -\omega\tau$. Время запаздывания влияет на устойчивость систем, содержащих источники запаздывания, как правило, уменьшает запасы устойчивости при увеличении τ . Поэтому возникает вопрос: как учитывать запаздывание при расчете системы?

В общем случае синтез систем с запаздыванием и их анализ являются нетривиальными задачами, особенно если запаздывание является аргументом в нелинейных уравнениях — одним из наиболее сложных объектов в современном моделировании динамических систем¹. В линейных системах регулирования получила распространение модель объекта в виде

$$W_\tau(s) = W_0(s)e^{-\tau s}, \quad (3.9)$$

где $W_0(s)$ — передаточная функция объекта без учета запаздывания. Помимо возможного "естественного" происхождения такой модели к виду (3.9) как расчетной модели приходят при эквивалентировании звеном запаздывания малых постоянных времени в числителе и знаменателе передаточных функций, приводимых к форме

$$W_0(s) = k \frac{\prod_{j=0}^{m-1} (\tau_j s + 1)}{\prod_{i=0}^{n-1} (T_i s + 1)}. \quad (3.10)$$

В этих функциях среди постоянных времени в полиномах числителя τ_j и знаменателя T_i имеется доминирующая по величине постоянная времени T_0 , а остальные постоянные времени существенно меньшие по величине: $T_0 \gg \gg \{T_i, \tau_j\}, i \in 1, 2, \dots, n-1; j \in 1, 2, \dots, m-1$. Тогда можно ввести эквивалентное запаздывание τ_∂ :

$$\tau_\partial = \sum_i T_i - \sum_j \tau_j. \quad (3.11)$$

¹ Элементарная на вид математическая модель — уравнение Хатчинсона $\dot{x}(t) = ax(t) \times (1 - x(t - \tau))$ — иллюстрирует подобный, весьма не простой объект моделирования [25].

Эквивалентирование влияния малых по величине постоянных времени можно интерпретировать как аппроксимацию переходных характеристик объектов с передаточной функцией (3.10) экспоненциальной функцией с постоянной времени T_0 . Влияние малых постоянных времени на начальный участок переходной характеристики заменяется на запаздывание (3.11). Несмотря на определенное упрощение и погрешности аппроксимации, модель объектов в линейных системах регулирования с эквивалентным запаздыванием $W_\tau(s) = W_0(s)e^{-\tau_э s}$ получила широкое распространение и стала *типовой моделью* ТООУ. В них $W_0(s)$ используются в виде интеграторов, апериодических, колебательных звеньев:

$$\frac{ke^{-\tau_э s}}{s}; \quad \frac{ke^{-\tau_э s}}{T_0 s + 1}; \quad \frac{ke^{-\tau_э s}}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}.$$

Далее рассмотрим некоторые подходы к учету запаздывания в задаче синтеза систем с запаздыванием в объекте с применением частотного метода и задачу синтеза регуляторов, учитывающих влияние звена запаздывания.

3.4.1. Учет влияния запаздывания на устойчивость замкнутого контура

Покажем расчет критического времени запаздывания $\tau_{кр}$ в одноконтурной системе (рис. 3.10). В этом случае предварительно выполняется синтез регулятора объекта без учета запаздывания по запасам устойчивости по амплитуде и фазе $\Delta L(\omega_c), \Delta\varphi(\omega_c)$ для разомкнутого контура. Тогда на частоте среза ω_c ЛЧХ на уровнях значений фазовых сдвигов $-(2n+1)\pi$ имеем для критического времени запаздывания:

$$\Delta_\tau\varphi(\omega_c) = \Delta\varphi(\omega_c) - \omega_c\tau_{кр} = 0, \quad \Delta L(\omega_c) > 0, \quad (3.12)$$

где $\Delta_\tau\varphi(\omega_c)$ — запас устойчивости по фазе в системе, где время $\tau > 0$. Увеличение времени запаздывания уменьшает запас устойчивости $\Delta_\tau\varphi(\omega_c)$, амплитудная характеристика при этом остается неизменной, так как $L_\tau(\omega) = \lg \text{mod} e^{-j\omega\tau} = 0$. На границе устойчивости $\Delta_\tau\varphi(\omega_c) = 0$ и из (3.12) следует критическая величина запаздывания $\tau_{кр}$, при котором замкнутая одноконтурная система на рис. 3.10 будет находиться на границе устойчивости.

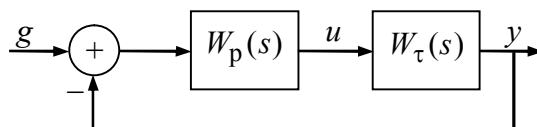


Рис. 3.10

3.4.2. Аппроксимация запаздывания рядом Падé

Разложение в ряд Падé¹ передаточной функции звена запаздывания представляет собой дробно-рациональную функцию, аппроксимирующую с произвольной точностью трансцендентную функцию $e^{-\tau s}$, где s — переменная Лапласа:

$$e^{-\tau s} = \frac{1 - \frac{\tau s}{2!} + \frac{(\tau s)^2}{6 \cdot 2!} - \frac{(\tau s)^3}{6 \cdot 3!} + \dots}{1 + \frac{\tau s}{2!} + \frac{(\tau s)^2}{6 \cdot 2!} + \frac{(\tau s)^3}{6 \cdot 3!} + \dots}$$

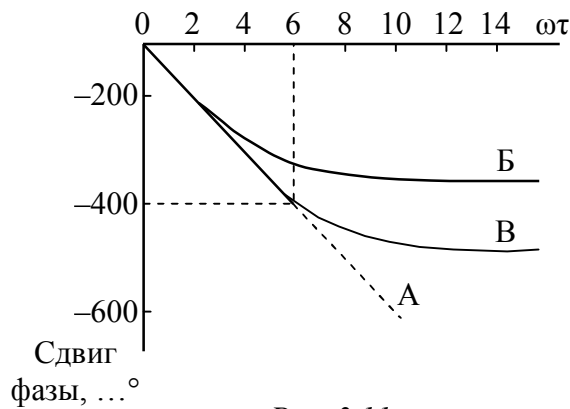


Рис. 3.11

Для аппроксимации используются различные порядки этого ряда, но не выше четвертого, который дает наилучший результат с точки зрения точности (рис. 3.11). На рис. 3.11 показано сравнение сдвигов фазы в зависимости от числа удерживаемых членов ряда Падé: А — идеальное звено запаздывания; Б — аппроксимации 2-го порядка; В — аппроксимации 4-го порядка.

Например, аппроксимация рядом Падé 1-го порядка $e^{-\tau s} \approx \frac{1 - 0,5\tau s}{1 + 0,5\tau s}$ дает сдвиг фазы входной функции $\varphi_\tau(\omega) = -2\text{arctg}(0,5\omega\tau)$. Для значений $\omega\tau \ll 1$ $\varphi_\tau^*(\omega) \approx -\omega\tau$. Аппроксимация 2-го порядка $e^{-\tau s} \approx \frac{1 - 0,5\tau s + 0,083(\tau s)^2}{1 + 0,5\tau s + 0,083(\tau s)^2}$ лучше приближает фазовый сдвиг к фазовому сдвигу идеального звена запаздывания. В этом случае для значений $\omega\tau < 1$ и $\varphi_\tau^*(\omega) \approx -\omega\tau$ имеем $\varphi_\tau^*(\omega) = -2\text{arctg} \frac{6\omega\tau}{12 - (\omega\tau)^2}$.

Применение ряда Падé целесообразно в тех случаях, когда, как это показано на рис. 3.12, звено запаздывания оказывается в контуре местной обратной связи корректирующего устройства $W_{КУ}(s)$. В таких случаях преимущества использования методов расчета на основе логарифмических частот ха-

¹ Французский математик Анри Падé (H. Padé), 1863—1953.

рактических характеристик теряются, так как при "свертывании" контура его передаточная функция становится трансцендентной. Аппроксимация дробно-рациональной функцией Падэ позволит избежать этого.

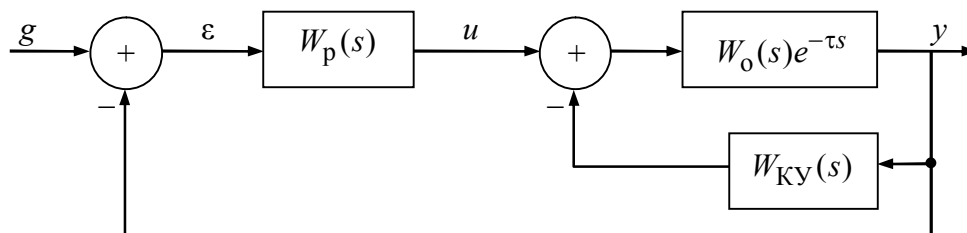


Рис. 3.12

Однако использование ряда Падэ ограничено порядком не выше 4-го полиномов числителя и знаменателя функции, так как среди полюсов дробно-рациональной функции Падэ будут содержаться собственные числа с положительной вещественной частью. В практическом плане это ограничивает использование аппроксимации функциями Падэ звена запаздывания для значений $\omega\tau \leq 1/6$ или соотношением с доминирующей постоянной времени T_0 значением $\tau/T_0 \leq 1/6$. Подробнее о применении ряда Падэ см. [26].

3.4.3. Упредитель Смита

Упредитель (предиктор, предсказатель) О. Дж. Смита [27] помимо своего прямого использования для вычисления оценок прогноза самим автором был предложен в качестве технического средства для регулирования линейных объектов с запаздыванием. Целью ставилась задача синтеза одноконтурных систем регулирования объектов в классе (3.9) без учета запаздывания, но с сохранением эффекта запаздывания в конечном результате синтеза. Результат решения поставленной таким образом задачи состоит в том, что регулируемая переменная на выходе объекта, ошибка регулирования по заданию и по возмущению имеют следующий вид:

$$y_g(s) = g(s)\Phi_g(s)e^{-\tau s}; \quad \varepsilon(s) = g(s)\Phi_\varepsilon(s)e^{-\tau s}; \quad y_f(s) = f(s)\Phi_f(s)e^{-\tau s},$$

где $\Phi_g(s)$, $\Phi_\varepsilon(s)$ и $\Phi_f(s)$ — передаточные функции замкнутой одноконтурной системы по соответствующим входам без учета запаздывания. Запаздывание проявляется в сдвиге переходных процессов на выходе объекта на время τ . Структурная схема системы с упредителем Смита приведена на рис. 3.13. Расчетный без использования звена запаздывания регулятор $W_p(s)$ корректируется обратной связью с передаточной функцией $(1 - e^{-\tau s})W_0^*(s)$, где

$$(1 - e^{-\tau s}) = \tau s + \frac{\tau s^2}{2!} - \frac{\tau s^3}{3!} + \dots + \frac{\tau s^n}{n!} + \dots = \tau s \quad \text{при} \quad \text{mod } j\omega\tau = \omega\tau < 1 \quad \text{— переда-}$$

точная функция упредителя Смита; $W_o^*(s)$ — модель объекта без запаздывания. При значениях $\text{mod } \omega\tau = \omega\tau < 1$ функция упредителя Смита подобна вычислителю производной 1-го порядка. Передаточная функция схемы на рис. 3.13, например, по возмущению g может быть записана как

$$\Phi_f^*(s) = \Phi_f(s)e^{-\tau s} = 1 - \Phi_g(s)e^{-\tau s}, \text{ где } \Phi_g(s) = \frac{W_p(s)W_o(s)}{1 + W_p(s)W_o(s)}.$$

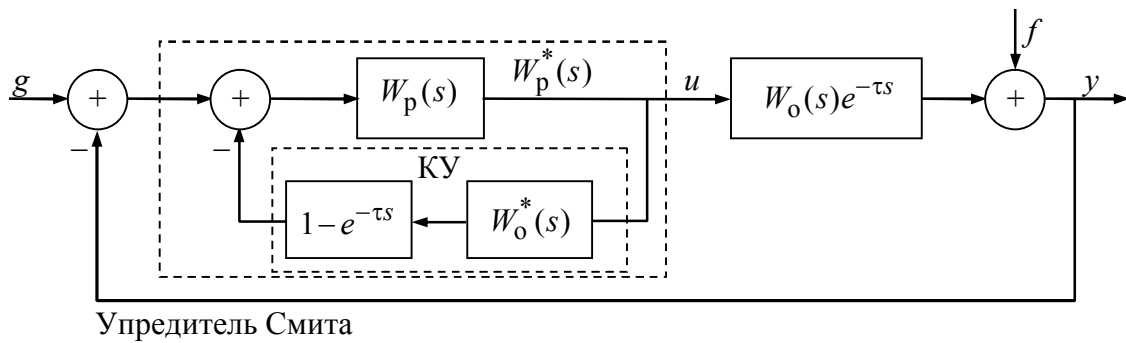


Рис. 3.13

Регулятор с упредителем Смита рассчитывается без учета запаздывания, и устойчивость всей системы не зависит от него, что является ее полезным свойством. С технической реализацией упредителя Смита рекомендуется ознакомиться в работе [28].

3.4.4. Настройка регуляторов на объект с запаздыванием

Выбор закона регулирования и параметров его настройки является непростой задачей, если речь идет о достижении гарантированного качества процессов в ТООУ. Существует довольно большое число методик и методов настройки параметров *типовых законов*, отличающихся необходимой исходной информацией для расчета, разработано прикладное программное обеспечение. Содержательное изложение вопросов настройки регуляторов на объект, в том числе на объект с запаздыванием, является самостоятельной темой. Поэтому в настоящем пособии ограничимся сведениями рекомендательного характера для первоначального ознакомления с проблемой выбора регулятора с типовыми законами, основываясь на приводимых в специализированных источниках данных¹.

В табл. 3.1 приведены рекомендации качественного характера по выбору закона регулирования, исходя из величины отношения запаздывания τ к постоянной времени объекта T_o и величины отношения времени регулирования t_p ко времени запаздывания. Показано, что минимальное время регулирования t_p в системе с запаздыванием ограничено снизу значением $t_{p \min} = 2T_o$

¹ АСУ ТП. Управление и промышленная автоматика в технических системах. URL: <http://automation-system.ru>.

для типовой модели апериодического объекта 1-го порядка. Для значений соотношения $\tau/T_0 < 0,2$ можно применять все типовые релейные, непрерывные или цифровые регуляторы. Если $0,2 < \tau/T_0 < 1$, то необходимы непрерывные или цифровые ПИ-, ПД-, ПИД-регуляторы.

Таблица 3.1

Соотношения $\tau/T_0, t_p/\tau$	По запаздыванию и инерционности	По степени регулируемости	Тип регулятора и закон регулирования
$0 < \tau/T_0 < 0,05$	Без запаздывания	Очень хорошо регулируемый	Релейный, непрерывный П-, ПИ-, ПД-, ПИД-
$0,05 < \tau/T_0 < 0,1$	Малое запаздывание	Очень хорошо регулируемый	Те же
$0,1 < \tau/T_0 < 0,2$	Существенное транспортное запаздывание	Хорошо регулируемый	Те же
$0,2 < \tau/T_0 < 0,4$	Существенное транспортное запаздывание	Еще регулируемый	Непрерывный, цифровой ПИ-, ПД-, ПИД-
$0,4 < \tau/T_0 < 0,8$	Существенное транспортное запаздывание	Трудно регулируемый	Непрерывный, цифровой ПИ-, ПД-, ПИД-
$0,8 < \tau/T_0 < 1,0$	Существенное транспортное запаздывание	Очень трудно регулируемый	Непрерывный, цифровой ПИ-, ПД-, ПИД-
$\tau/T_0 > 1,0$	Существенное транспортное запаздывание	Очень трудно регулируемый	Цифровой регулятор с упредителем
$t_p/\tau \leq 7$	—	—	Непрерывный или цифровой П-, ПИ-
$t_p/\tau > 7$	—	—	Непрерывный или цифровой ПИ-, ПИД-

Для значений $\tau/T_0 > 1$ рекомендуется регулирование с постоянной времени T_0 и применением упреждающих (дифференцирующих) устройств, в том числе ПИД-регуляторов с упредителем Смита. Однако этот же регулятор рекомендуется применять и при меньших значениях τ/T_0 .

3.5. Регулирование объектов при случайных возмущениях

Рассматриваемые в параграфе структура и алгоритм регулирования являются примером *стохастических систем* регулирования и управления [29]. Отличительной особенностью таких систем является неоднозначность реак-

ции на одни и те же воздействия — в нашем случае это возмущения на объект. Дисперсия (или рассеивание) неоднозначных откликов порождается естественными производственными помехами или свойствами технологического процесса. И поскольку в системах замкнутого типа возмущения со случайной природой происхождения циркулируют по контуру с обратной связью, то и регулируемые переменные также становятся случайными (стохастическими) процессами. Как отмечается в [29], стохастическая теория управления основывается на теории статистических решений задач идентификации и оценивания параметров и состояния, статистической оптимизации, фильтрации и прогнозирования. В нашем случае сосредоточим внимание на простом методе статистической оптимизации по критерию минимальной дисперсии ошибки регулирования по возмущению для класса линейных моделей, возмущаемых эквивалентным воздействием со стохастической природой происхождения. Такой класс возмущаемых линейных объектов был введен нами в 2.4. Применительно к этой модели и будет рассмотрен метод синтеза структуры и алгоритма оптимального *минимально-дисперсного регулятора* [29]–[31].

3.5.1. Постановка задачи

1. Задается линейная модель минимально-фазового объекта в операторной форме (2.13):

$$A(z)y_k = zB(z)u_k + C(z)\xi_k, \quad (3.13)$$

где $A(z) = 1 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n$; $B(z) = b_0 + b_1z + b_2z^2 + \dots + b_mz^m$; $C(z) = 1 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_lz^l$ — устойчивые полиномы; $z = e^{-\Delta t s}$ — оператор запаздывания. Возмущение ξ_k может иметь известную физическую природу, однако его математическая модель неизвестна. В противном случае эквивалентное возмущение, приведенное к выходу линеаризованной модели объекта при известных полиномах $C(z)$, $A(z)$, представляет собой детерминированный сигнал, и компенсация его влияния может быть осуществлена способами, рассмотренными выше.

Следуя теореме представления (см. 2.4) и рис. 2.12, вместо неизмеряемого возмущения ξ_k используем сигнал $\{\xi_k\}$, $k = 1, 2, \dots$ — дискретный белый шум со следующими свойствами:

- а) $\xi_k \neq 0, \forall k \geq 0$;
- б) $m_\xi \triangleq M\{\xi_k\} = 0$;

$$в) \sigma_{\xi}^2 = M\{\xi_k \xi_{k-m}\} = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq 0; \\ \sigma_{\xi}^2 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$

Тогда эквивалентное возмущение, приведенное к выходу объекта $v_k = \xi_k H(z) = \xi_k C(z)/A(z)$ — гауссовский случайный процесс, имитирующий совокупное влияние реальных возмущений.

2. На этапе эскизного проектирования системы формируется *эталонная модель* (ЭМ) поведения объекта по воспроизводимому сигналу $g(t)$:

$$\hat{A}(z)\hat{y}_k = z\hat{B}(z)g_k, \quad (3.14)$$

где линейные операторы $\hat{A}(z), \hat{B}(z)$ — устойчивые полиномы с заданными значениями коэффициентов, определяющих характер движений в переходных режимах работы и гарантирующих выполнение цели регулирования. Порядок данных полиномов может отличаться от порядков соответствующих полиномов $A(z), B(z)$, установленных для моделей реального объекта. Для простоты примем их такими же, т. е., соответственно, $n \geq m$.

3. Цель регулирования объекта (3.13) — воспроизведение g_k с минимальной ошибкой $e_k = y_k - \hat{y}_k$ при ненулевых возмущениях v_k в одноконтурной системе с регулятором, алгоритм которого использует измеряемые сигналы g_k и y_k :

$$u_k^* = \mathcal{A}(z)g_k - \mathcal{B}(z)y_k, \quad (3.15)$$

а операторы $\mathcal{A}(z), \mathcal{B}(z)$ вместе с параметрами подлежат определению.

В общем случае традиционное решение задачи включает в себя: выбор целевого функционала J , адекватного технической цели регулирования; определение аргумента функционала, содержательного относительно искомых операторов $\mathcal{A}(z), \mathcal{B}(z)$; обоснование условий, при которых целевой функционал минимизируется, и последующий анализ полученного результата.

Пример 1. Идею последующего обобщения решаемой задачи синтеза минимально-дисперсного регулятора проиллюстрируем на частном случае уравнения объекта (3.13) 1-го порядка (апериодический объект) для моментов времени $t = k\Delta t$, Δt — период дискретизации; $k = 0, 1, \dots, N, \dots$ — дискретное время:

$$y_k + ay_{k-1} = u_{k-1} + \xi_k + c\xi_{k-1}, \quad (3.16)$$

где возмущения наделим свойством $\{\xi_k\}$ — последовательность независимых нормально распределенных случайных переменных с параметрами $\{0, 1\}$,

т. е. свойством случайной последовательности типа дискретного гауссовского белого шума с нулевым математическим ожиданием $m_\xi = 0$ и единичной дисперсией $\sigma_\xi^2 = 1$ (см. 2.4). Цель управления состоит в минимизации дисперсии регулируемой переменной σ_y^2 . Необходимое для этого управление должно удовлетворять общей идее синтеза согласно (3.15), т. е. использовать можно только измеряемые переменные — в рассматриваемом примере переменные $y_k, y_{k-1}, \dots, u_k, u_{k-1}, \dots$.

Для момента времени $t = (k+1)\Delta t$ выходная переменная объекта

$$y_{k+1} = -ay_k + u_k + c\xi_k + \xi_{k+1}, \quad c > 0 \quad (3.17)$$

может быть изменена посредством выбора такого u_k , при котором дисперсия $M\{y_{k+1}^2\} = \min_{y_{k+1}} \sigma_{y_{k+1}}^2$. Каким образом? Заметим, что в силу принятых в примере условий переменная ξ_{k+1} не зависит от y_k, u_k, ξ_k . Тогда, принимая во внимание правую часть (3.17), получаем, что дисперсия переменной $\sigma_{y_{k+1}}^2 \geq \sigma_{\xi_{k+1}}^2 = 1$. Отсюда минимально возможное значение дисперсии при наилучшем выборе управления отлично от нуля. Чему же оно равно?

Из (3.16) можно вычислить значения ξ_k, y_k по предыдущим значениям переменных входа и выхода $u_{k-1}, u_{k-2}, \dots; y_k, y_{k-1}, \dots$. (Заметим, что возможностью простых рекуррентных вычислений в разностных уравнениях при известных значениях параметров (в нашем случае параметров a, c) объясняется выбор записи уравнений объекта в разностной форме (3.13).)

Тогда из уравнения (3.17) потребуем, чтобы управление удовлетворяло следующему закону:

$$u_k = ay_k - c\xi_k, \quad a, c > 0. \quad (3.18)$$

Принимая во внимание закон управления как *оптимальный*, из (3.17) получаем: $y_{k+1} = \xi_{k+1}$, и минимальная дисперсия регулируемой переменной ограничена снизу значением дисперсии возмущения: $\sigma_{y_{k+1}}^2 \geq \sigma_{\xi_{k+1}}^2 = 1$.

Если закон (3.18) применять на каждом шаге вычислений, равенство $y_{k+1} = \xi_{k+1}$ будет справедливым для всех значений времени $t = (k+1)\Delta t$. Тогда оптимальный закон управления в смысле минимума дисперсии регулируемой переменной примет вид

$$u_k = (a - c) = k y_k, \quad (3.19)$$

что соответствует закону для пропорционального (П-) регулятора (см. гл. 4). Подстановка данного закона в уравнение объекта (3.16) приводит к эквивалентной форме записи:

$$(y_{k+1} - \xi_{k+1}) + c(y_k - \xi_k) = 0,$$

или, вводя переменную y_k^* , получим разностное уравнение 1-го порядка, а приняв начальное значение $y_0 - \xi_0 = \lambda$, запишем и его решение:

$$y_{k+1}^* + c y_k^* = 0, \quad y_k^* = \lambda(-c)^k, \quad |c| < 1 \quad \text{или} \quad y_k = \xi_k + \lambda(-c)^k, \quad |c| < 1.$$

При $k \rightarrow \infty$ $y_k \rightarrow \xi_k$, так что в установившемся состоянии регулируемая переменная действительно будет иметь минимально возможную ненулевую дисперсию $\sigma_\xi^2 = 1$, причем выходная переменная оптимальной системы будет белым шумом. В [26] отмечается, что такой же результат был бы и в случае, когда предположение о нормальном распределении возмущений не выполняется, но при сохранении линейных законов регулирования и предположения о нулевом среднем возмущений. Далее приведем решение в общем случае.

3.5.2. Синтез минимально-дисперсного линейного регулятора

Содержательная постановка задачи синтеза исходит из необходимости минимизировать ошибку $e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$, как это следует из рис. 3.14. "Оптимистический" минимум ошибки должен быть желательно нулевым при $t \rightarrow \infty$. Однако модель возмущения с белым шумом не оставляет надежды на такой вариант решения задачи, поскольку вследствие природы белого шума (см. 2.4) свести его влияние к нулю физически невозможно, что и иллюстрирует приведенный выше пример. Более реалистическое решение состоит в минимизации ошибки до допустимо возможной при используемых моделях объекта и возмущений.

Для ошибки e_k с использованием операторных передаточных функций с постоянными параметрами можно записать:

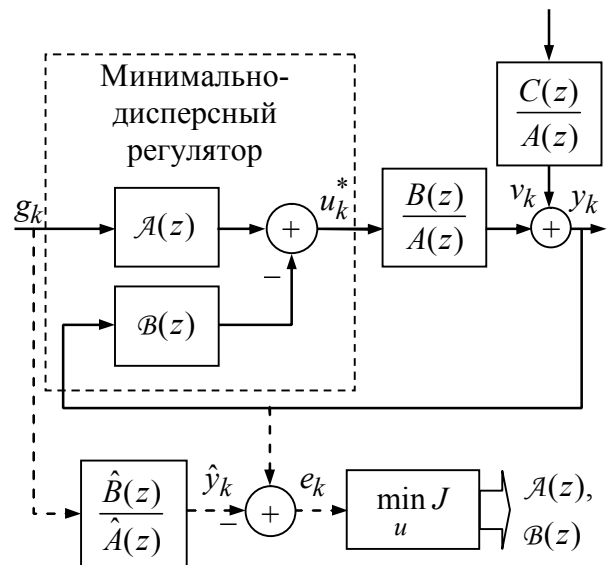


Рис. 3.14

$\hat{e}_k = y_k - \hat{y}_k = [\Phi_g(z) - \hat{\Phi}(z)]g_k + \xi_k \Phi_\xi(z)$, где $\Phi_g(z)$, $\hat{\Phi}(z)$ и $\Phi_\xi(z)$ — передаточные функции замкнутой системы по задающему входу g_k , эталонной модели (3.15) и по возмущению ξ_k соответственно. Допустим, что состояние системы таково, что $\Phi_g(z) - \hat{\Phi}(z) \equiv 0$. Тогда ошибка $e_k = \Phi_\xi(z)\xi_k = \frac{W_\xi(z)}{D_g(z)}\xi_k$,

где $W_\xi(z) = \frac{C(z)}{A(z)}$, а $D_g(z)$ — полином знаменателя передаточной функции $\Phi_g(z)$. Однако $\Phi_g(z)$ является конечным результатом синтеза и пока не определена. Поэтому вместо ошибки рассогласования системы и эталонной модели e_k введем "профильтрованную" ошибку:

$$\tilde{e}_k = \frac{C_0(z)}{D_0(z)}e_k. \quad (3.20)$$

Выбор устойчивых полиномов $C_0(z)$, $D_0(z)$ размерностью, соответственно, v_1 и v_2 , создает дополнительные возможности в выборе структуры оптимального регулятора, как это будет показано в дальнейшем.

В качестве меры оптимальности (с учетом стохастической природы возмущений) примем величину дисперсии профильтрованной ошибки (3.20) $\sigma_{\tilde{e}}^2$:

$$J = M \left\{ \left[\frac{C_0(z)}{D_0(z)} e_k \right]^2 \right\} = \sigma_{\tilde{e}}^2. \quad (3.21)$$

В (3.21) $M\{\bullet\}$ — символ математического ожидания¹. Оптимальное управление (3.15) и необходимые для этого функциональная структура регулятора удовлетворяют условию минимума (3.21):

$$J^* = \min_u J = \min_u M \left\{ \left[A_0^{-1}(z)C_0(z)\hat{e}_k \right]^2 \right\} = \sigma_{\tilde{e}}^2 = \text{const}. \quad (3.22)$$

Из приведенных соображений и принятых математических моделей объекта и стохастических возмущений следует, что оптимальный регулятор и закон регулирования (управления) u^* в силу условия (3.22) "выбеливает" ошиб-

¹ Напомним, что *математическим ожиданием* (средним значением) $m_x(t)$ случайного процесса $X(t)$ называют неслучайную или регулярную функцию времени $m_x(t) = M\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x,t)dx$, где $p(x,t)$ — одномерная плотность распределения вероятности случайного процесса $X(t)$.

ку регулирования $e_k = y_k - \hat{y}_k$, т. е. ошибка воспроизведения задающего воздействия g_k по отношению к воспроизводимому ЭМ сигналу \hat{y}_k в *средне-квадратичном смысле* не может быть меньше значения дисперсии белого шума σ_ξ^2 . На этом утверждении основан выбор структуры оптимального регулятора объекта (3.13) системы на рис. 3.14.

Пунктиром на рис. 3.14 показаны связи, иллюстрирующие основную идею синтеза структуры и линейных операторов минимально-дисперсного регулятора. Из условия оптимальности (3.22) (условия "выбеливания" профильтрованной ошибки (3.20)), когда при $k \rightarrow \infty$

$$\tilde{e}_k = \frac{C_0(z)}{D_0(z)} e_k = \xi_k, \quad (3.23)$$

выпишем тождество

$$C(z)C_0(z)e_k = C(z)D_0(z)\xi_k, \quad (3.24)$$

используемое в доказательстве теоремы о минимально-дисперсном регуляторе [31].

3.5.2. Теорема о минимально-дисперсном регуляторе

Покажем, что для минимально-фазового объекта (3.13) с приведенным ко входу эквивалентным возмущением $v_k = \frac{C(z)}{A(z)} \xi_k$, $k = 1, 2, \dots$, $\xi_k \neq 0$, $m_\xi = 0$, $\sigma_\xi^2 \neq 0$, оптимальное управление u^* , минимизирующее критерий J (3.21) до значения J^* (3.22), определяется следующими уравнениями в операторной форме:

$$R(z)u_k^* = S(z)g_k - P(z)y_k; \quad (3.25)$$

$$R(z) = D_0(z)B(z)\hat{A}(z); \quad (3.25a)$$

$$S(z) = C_0(z)C(z)\hat{B}(z); \quad (3.25б)$$

$$P(z) = Q(z)\hat{A}(z),$$

$$Q(z) = \sum_{i=0}^r q_i z^i, \quad r: \dim Q = \max(v_1 + l) \vee (v_2 + n); \quad (3.25в)$$

$$C_0(z)C(z) = D_0(z)A(z) + zQ(z). \quad (3.25г)$$

Для доказательства используем тождество (3.24).

1. Вычисляются $C(z)C_0(z)e_k$ с последовательными подстановками ошибки $e_k = y_k - \hat{y}_k$, соотношения (3.25г), уравнения объекта (3.13):

$$\begin{aligned}
C(z)C_0(z)e_k &\triangleq C(z)C_0(z)(y_k - \hat{y}_k) = (A(z)D_0(z) + Q(z))(y_k - \hat{y}_k) = \\
&= A(z)D_0(z)y_k - A(z)D_0(z)\hat{y}_k - Q(z)\hat{y}_k + Q(z)y_k = \\
&= A(z)A_0(z)y_k + Q(z)y_k - C(z)C_0(z)y_k = \\
&= z[B(z)D_0(z)u_k - C(k)C_0(k)\hat{y}_{k+1} + Q(z)y_{k+1}] + C(z)D_0(z)\xi_k.
\end{aligned}$$

2. Из равенства нулю выражения в квадратных скобках в силу тождества (3.24) получаем:

$$D_0(z)B(z)u_k^* = C_0(z)C(z)\hat{y}_{k+1} - Q(z)y_k. \quad (3.26)$$

Умножая обе части (3.26) на полином $\hat{A}(p)$ и обращаясь к уравнению эталонной модели (3.14), где, напомним, $z = e^{-\Delta ts}$ — оператор запаздывания, получаем соотношение

$$D_0(z)B(z)\hat{A}(z)u_k^* = C_0(z)C(z)\hat{B}(z)g_k - Q(z)\hat{A}(z)y_k, \quad (3.27)$$

раскрывающее структуру минимально-дисперсного регулятора (3.25). Полагая $g_k = 0$, для установившегося режима, соответственно, $\hat{y}_k = 0$, нетрудно показать, что при оптимальном законе из (3.27) выполняется исходное условие оптимальности — "выбеливание" ошибки (3.23).

Структуры операторов $\mathcal{A}(z)$ и $\mathcal{B}(z)$ — дробно-рациональных передаточных функций — в соответствии с формулами (3.25) имеют вид

$$\mathcal{A}(z) = \frac{S(z)}{R(z)}; \quad \mathcal{B}(z) = -\frac{P(z)}{R(z)}.$$

Физическая реализуемость операторов $\mathcal{A}(z)$ и $\mathcal{B}(z)$ обусловлена допустимыми порядками полиномов $S(z)$, $P(z)$ и $R(z)$:

$$\dim S(z) = n + l + v_1 \leq \dim R(z) = n + m + v_2;$$

$$\dim P(z) = \dim Q(z) + \dim \hat{A}(z) = \max[v_1 + l + n, v_2 + 2n].$$

Из приведенных порядков полиномов $S(z)$, $P(z)$ и $R(z)$ по аргументу z очевидна роль полиномов $C_0(z)$ и $D_0(z)$ в технической реализации минимально-дисперсного регулятора.

Введем *профильтрованные* сигналы на входах регулятора:

$$\tilde{g}_k = g_k \frac{C_0(z)\hat{B}(z)}{D_0(z)\hat{A}(z)}, \quad \tilde{y}_k = y_k \frac{1}{D_0(z)}. \quad (3.28)$$

Обратим внимание на то, что структура фильтров в (3.28) включает искусственно вводимые в систему регулирования фильтры, но не полиномы

уравнения объекта (3.13). Тогда в привычной форме описания импульсными передаточными функциями оптимальный закон управления (3.15) примет вид

$$u_k^* = \tilde{g}_k \frac{C(z)}{B(z)} - \tilde{y}_k \frac{Q(z)}{B(z)}, \quad (3.29)$$

где полином $Q(p)$ удовлетворяет соотношению (3.25г).

Кроме операторной формы записи закона управления (3.29) возможна явная рекуррентная форма представления оптимального регулирующего воздействия (3.28), особенно удобная для его компьютерной реализации. Для этого с использованием профильтрованных сигналов входов регулятора запишем уравнение минимально-дисперсного регулятора следующим образом:

$$\tilde{A}_u(z)u_k^* = \tilde{B}_g(z)\tilde{g}_k - \tilde{C}_y(z)\tilde{y}_k. \quad (3.30)$$

Полиномы $\tilde{A}_u(z)$, $\tilde{B}_g(z)$, $\tilde{C}_y(z)$, выписываемые из (3.27) после учета профильтрованных сигналов \tilde{g}_k , \tilde{y}_k , раскрываются как разностные многочлены по степеням z , из которых выделяется текущее значение управления $u_k^* = u^*(k\Delta t)$, где Δt — период дискретизации непрерывных сигналов $u^*(t)$, $\tilde{g}(t)$, $\tilde{y}(t)$.

Пример 2. Покажем применение метода синтеза минимально-дисперсного регулятора на простом примере дискретного апериодического объекта 1-го порядка (см. пример 1), но сделаем это с использованием импульсных передаточных функций — дробно-рациональных функций с оператором запаздывания z . Передаточная функция апериодического объекта имеет вид $W(z) = \frac{z}{z-d} = \frac{zB(z)}{A(z)}$. Примем эталонную модель замкнутой системы регулирования также в виде апериодического звена: $\hat{W}(z) = \frac{z}{z-d_1} = \frac{z\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)}$, где параметр $d_1 < 1$. Передаточную функцию объекта по возмущению ξ_k в соответствии с моделью объекта (3.13) и структурой на рис. 3.14 примем в виде $W_\xi(z) = \frac{\alpha}{z-d} = \frac{C(z)}{A(z)}$, $\alpha \leq 1$. Сглаживающий фильтр будем пока использовать в общем

виде: $W_0(z) = \frac{C_0(z)}{D_0(z)}$.

Подстановка полиномов $A(z)$, $\hat{A}(z)$, $B(z)$, $\hat{B}(z)$, $C(z)$ из заданных передаточных функций в (3.27) приводит к полиномам в (3.25):

$$R(z) = D_0(z)B(z)\hat{A}(z) = D_0(z)(z - d_1);$$

$$S(z) = C_0(z)C(z)\hat{B}(z) = \alpha C_0(z);$$

$$P(z) = \hat{A}(z)Q(z) = (z - d_1)Q(z);$$

$$Q(z) = z^{-1}[C_0(z)C(z) - D_0(z)A(z)] = z^{-1}[\alpha C_0(z) - D_0(z)(z - d)].$$

Тогда передаточные функции (операторы $\mathcal{A}(z)$, $\mathcal{B}(z)$ в (3.15)) оптимального регулятора примут вид

$$\mathcal{A}(z) = \frac{S(z)}{R(z)} = \frac{\alpha C_0(z)}{(z - d_1)D_0(z)}; \quad \mathcal{B}(z) = -\frac{P(z)}{R(z)} = -\frac{\alpha C_0(z) - (z - d)D_0(z)}{zB(z)}.$$

Профильтрованные сигналы (3.28) на входах регулятора будут выглядеть следующим образом:

$$\tilde{g}_k = g_k \frac{C_0(z)}{D_0(z)(z - d_1)}, \quad \tilde{y}_k = y_k \frac{1}{D_0(z)}.$$

Тогда $\mathcal{A}(z)$, $\mathcal{B}(z)$ упростятся:

$$\mathcal{A}(z) = \alpha; \quad \mathcal{B}(z) = -z^{-1}[\alpha C_0(z) - (z - d)D_0(z)].$$

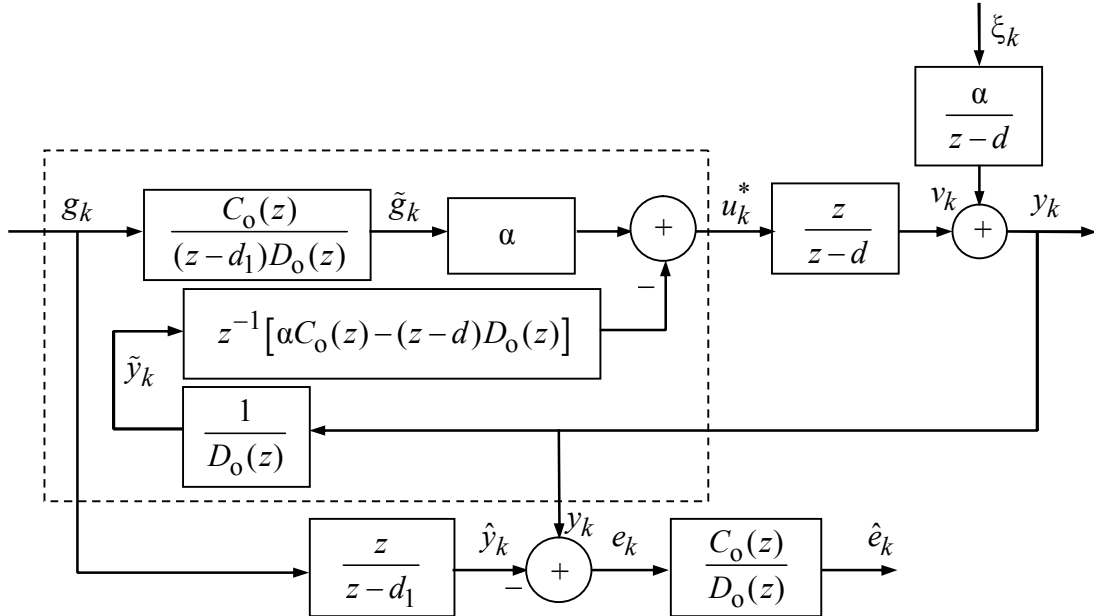


Рис. 3.15

Структурная схема системы регулирования с минимально-дисперсным регулятором дискретного аperiodического объекта при случайных возмущениях изображена на рис. 3.15, где пунктиром обведен регулятор. Рассмотрим свойства системы. Для начала убедимся в ожидаемых фильтрующих свойствах системы. Для этого полагаем вход $g_k = 0$ и вычисляем ошибку $e_k = y_k - \hat{y}_k$. В этом случае $e_k = y_k$. Тогда при $d = d_1$ объект и модель системы описываются одинаковыми передаточными функциями с одинаковыми параметрами. Выписы-

вая соотношения для y_k и \hat{y}_k с передаточными функциями регулятора на схеме рис. 3.15, получим $e_k = \frac{D_0(z)}{\alpha C_0(z)} \xi_k$, откуда следует использованное значение профильтрованной ошибки \hat{e}_k в (3.23) с точностью до параметра $\alpha > 0$ и достижимость оптимума функционала J^* (3.24). При нулевом входе g_k регулирующее воздействие на объект следует из (3.29):

$$u_k^* = -\tilde{y}_k \frac{Q(z)}{B(z)} = -\tilde{y}_k z^{-1} [\alpha C_0(z) - (z-d)D_0(z)].$$

При $g_k \neq 0$ регулирующее воздействие в замкнутом контуре на рис. 3.15 будет равно

$$u_k^* = g_k \frac{\alpha C_0(z)}{D_0(z)(z-d_1)} - y_k \frac{\alpha C_0(z) - (z-d)D_0(z)}{zD_0(z)},$$

а регулируемая переменная $y_k = g_k \frac{z}{z-d}$ соответствует реакции дискретного апериодического звена, как и в примере 1.

3.6. Регулирование многомерных многосвязных объектов

Объектом изучения в этом параграфе являются многомерные многосвязные линейные системы регулирования, их математическое описание и введение в задачи синтеза с использованием моделей многомерных и многосвязных объектов, рассмотренных в 2.5. Для многомерных объектов управления (МОУ) (на рис. 3.16 показан пример двухмерного объекта, модель которого приведена в 2.5) следует использовать многомерный регулятор (МР) с обратными связями по выходам МОУ. Вектор задающих входов (на рис. 3.16 это двухмерный вектор $\mathbf{g} = \text{col}(g_1, g_2)$) и вектор $\mathbf{y} = \text{col}(y_1, y_2)$ выходов объекта формируют вектор сигналов рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon} = \text{col}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$. Связь между векторными переменными $\boldsymbol{\varepsilon} = \text{col}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ и $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, u_2)$ образует матричная передаточная функция многомерного регулятора $W_p(s)$, которую определим как внешнее произведение вектора-столбца из выходов МР $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, u_2)$ и вектора-строки $\boldsymbol{\varepsilon}^{-1}(s) = [\varepsilon_1^{-1}(s) \quad \varepsilon_2^{-1}(s)]$:

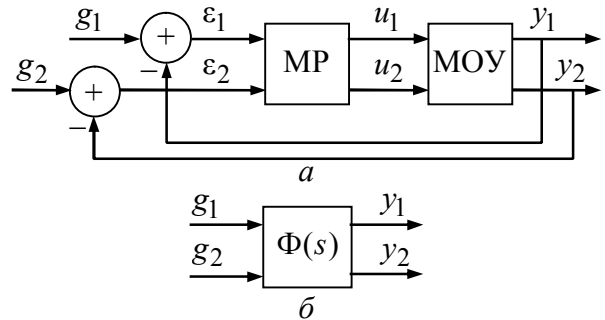


Рис. 3.16

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_p(s) &\triangleq \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^{-1}(s) & \varepsilon_2^{-1}(s) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{u_1(s)}{\varepsilon_1(s)} & \frac{u_1(s)}{\varepsilon_2(s)} \\ \frac{u_2(s)}{\varepsilon_1(s)} & \frac{u_2(s)}{\varepsilon_2(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{p11}(s) & W_{p12}(s) \\ W_{p21}(s) & W_{p22}(s) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Передаточная функция замкнутой системы $\Phi(s)$ по входу \mathbf{g} и выходу \mathbf{y} определяется как и $\mathbf{W}_p(s)$ в (3.31), т. е. как внешнее произведение вектора-столбца $\mathbf{y} = \text{col}(y_1, y_2)$ и вектора-строки $\mathbf{g}^T = [g_1, g_2]$:

$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1^{-1}(s) & g_2^{-1}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_1(s)}{g_1(s)} & \frac{y_1(s)}{g_2(s)} \\ \frac{y_2(s)}{g_1(s)} & \frac{y_2(s)}{g_2(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(s) & \Phi_{12}(s) \\ \Phi_{21}(s) & \Phi_{22}(s) \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Запишем теперь подробно матричную передаточную функцию $\Phi(s)$, раскрывая в (3.32) передаточные функции Φ_{ij} через передаточные функции МР $W_{p_{ij}}(s)$ и МОУ $W_{o_{ij}}(s)$. Для одноконтурной системы на рис. 3.16, б следует:

$$\Phi(s) = \frac{\mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s)}{\mathbf{I} + \mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s)} = \mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s)\mathbf{A}^{-1}(s), \quad (3.33)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица и матрица $\mathbf{A}(s) = \mathbf{I} + \mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s)$. Теперь оп-

ределим произведение матриц $\mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s)$, где $\mathbf{W}_o(s) = \begin{bmatrix} W_{o11}(s) & W_{o12}(s) \\ W_{o21}(s) & W_{o22}(s) \end{bmatrix}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_o(s)\mathbf{W}_p(s) &= \begin{bmatrix} W_{o11}W_{p11}(s) + W_{o21}W_{p21}(s) & W_{o11}W_{p12}(s) + W_{o12}W_{p22}(s) \\ W_{o21}W_{p11}(s) + W_{o22}W_{p21}(s) & W_{o21}W_{p12}(s) + W_{o22}W_{p22}(s) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Следующий шаг в составлении матрицы (3.33) — обращение матрицы $\mathbf{A}(s)$. Напомним действия при обращении квадратных неособых¹ матриц.

¹ Напомним, что матрица \mathbf{A} называется неособой, если ее определитель $\det \mathbf{A} \neq 0$.

1. Для заданной квадратной матрицы вычисляется присоединенная матрица $\tilde{\mathbf{A}} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} \end{bmatrix}^T$, образованная из алгебраических дополнений a_{ij} элементов \tilde{a}_{ij} исходной матрицы \mathbf{A} с последующим транспонированием.

2. Алгебраические дополнения вычисляются как $\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} \Delta_{ij}$, где Δ_{ij} — определитель матрицы \mathbf{A} , из которой вычеркнуты i -я строка и j -й столбец, а оставшиеся элементы сдвинуты, не нарушая порядка их в оставшейся матрице. Определитель Δ_{ij} называется минором элемента \tilde{a}_{ij} на пересечении i -й строки и j -го столбца матрицы.

3. Обратная матрица вычисляется как $\mathbf{A}^{-1} = (\det \mathbf{A})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}$, где $\det \mathbf{A}$ — определитель матрицы \mathbf{A} .

Применим правило обращения матриц в нашем случае к матрице

$$\mathbf{A}(s) = \mathbf{I} + \mathbf{W}(s) = \begin{bmatrix} 1 + W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & 1 + W_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

для которой $\det \mathbf{A}(s) = (1 + W_{11}(s))(1 + W_{22}(s)) - W_{12}(s)W_{21}(s)$ и

$$\mathbf{A}^{-1}(s) = \frac{1}{\det \mathbf{A}} \begin{bmatrix} 1 + W_{22}(s) & -W_{21}(s) \\ -W_{12}(s) & 1 + W_{11}(s) \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Соотношения (3.34) и (3.35) позволяют записать матричные передаточные функции замкнутой многомерной системы на рис. 3.16, a по входу \mathbf{g} , по ошибке регулирования $\boldsymbol{\varepsilon}$, а также проводить анализ и в некоторых случаях выполнять синтез многомерного регулятора.

Для примера запишем матричную передаточную функцию по ошибке для схемы на рис. 3.16. Определим ошибку $\boldsymbol{\varepsilon}(s)$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(s) &\triangleq \begin{bmatrix} \varepsilon_1(s) \\ \varepsilon_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{g}^T(s) \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\varepsilon}}(s) = \mathbf{g}^T(s) [\mathbf{I} + \mathbf{A}(s)]^{-1} = \\ &= \frac{1}{\det \mathbf{A}} \begin{bmatrix} g_1(s)(1 + W_{22}(s)) - g_2(s)W_{12}(s) \\ -g_1(s)W_{21}(s) + g_2(s)(1 + W_{11}(s)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Вектор ошибки из (3.36) состоит из двух компонент, каждая из которых со-

держит две составляющие: $\boldsymbol{\varepsilon}(s) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(s) \\ \varepsilon_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}(s) - \varepsilon_{12}(s) \\ -\varepsilon_{21}(s) + \varepsilon_{22}(s) \end{bmatrix}$, где

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(s) &= g_1(s) \frac{1+W_2(s)}{\det \mathbf{A}} - g_2(s) \frac{W_{12}(s)}{\det \mathbf{A}} = \varepsilon_{11}(s) - \varepsilon_{12}(s); \\ \varepsilon_2(s) &= -g_1(s) \frac{W_2(s)}{\det \mathbf{A}} + g_2(s) \frac{1+W_{11}(s)}{\det \mathbf{A}} = -\varepsilon_{21}(s) + \varepsilon_{22}(s).\end{aligned}\tag{3.37}$$

Составляющие векторных ошибок ε_{11} и ε_{22} обусловлены воспроизведением входов g_1 и g_2 на выходах y_1 и y_2 . Две другие составляющие ε_{21} и ε_{12} порождены взаимным влиянием каналов вследствие связей в самом объекте, например, так, как это показано на рис. 2.13. Отсюда следует, что в общем случае исключить ошибки ε_{21} и ε_{12} нельзя, но можно уменьшить их влияние за счет межканальных связей многомерного регулятора.

Поясним сказанное, имея в виду соотношения (3.36) и (3.37). Так как определитель $\det \mathbf{A} \neq \infty$, то обращение в нуль ошибок ε_{21} и ε_{12} теоретически возможно, если потребовать обращения в нуль передаточных функций $W_2(s)$ и $W_{12}(s)$ соответственно. Например, рассмотрим условия, при которых обращается в нуль $W_{12}(s)$ и ε_{12} . Из (3.34) функция $W_{12}(s) = W_{o11}(s)W_{p12}(s) + W_{o12}(s)W_{p22}(s)$. В предположении, что передаточные функции объекта $W_{o11}(s)$ и $W_{o22}(s)$ определены, обращение в нуль $W_{12}(s)$ требует выбора двух функций $W_{p12}(s)$ и $W_{p22}(s)$, т. е. необходимо отыскание двух неизвестных из одного уравнения $W_{12}(s) = 0$. Однако, если выбрать передаточную функцию $W_{p22}(s)$ из числа типовых передаточных функций (ПИ-, ПИД-), то практическое решение задачи существует:

$$W_{p12}(s) = - \frac{W_{o12}(s)W_{p22}(s)}{W_{o11}(s)}.$$

При этом возникает другая, уже известная проблема технической реализуемости заведомо нетиповой передаточной функции $W_{p12}(s)$ в составе МР из-за нарушения условия на порядки по s полиномов числителя и знаменателя функции $W_{p12}(s)$. Следовательно, речь может идти о приближенной реализации $W_{p12}(s)$ и лишь об уменьшении ошибки ε_{12} до приемлемого значения.

Приведенный пример синтеза многомерных регуляторов многосвязных объектов свидетельствует о наличии дополнительных проблем, отсутствующих в задачах синтеза одномерных систем помимо общей проблемы обеспечения устойчивости и требуемого качества.

3.6.1. Автономность в задачах синтеза многосвязных систем

Компенсация взаимного влияния каналов регулирования приводит к такой задаче, как возможность достижения независимости главных каналов и возможность независимой их настройки. Это — проблема *автономности* в задаче синтеза многомерных многосвязных систем регулирования. Прежде чем мы остановимся на этой проблеме, составим матричную передаточную функцию многомерного регулятора и его структурную схему, используя для этого (3.31) и схему на рис. 3.16, а.

Запишем уравнения для регулирующих воздействий на входах МОУ:

$$\begin{aligned} u_1(s) &= \varepsilon_1(s)W_{p11}(s) + \varepsilon_2(s)W_{p21}(s), \\ u_2(s) &= \varepsilon_1(s)W_{p12}(s) + \varepsilon_2(s)W_{p22}(s). \end{aligned}$$

Структурная схема многомерного регулятора, удовлетворяющая этим уравнениям, изображена на рис. 3.17. Из схемы и уравнений следует, что информация на входах МР формируется в виде сигналов рассогласования ε_1 и ε_2 между *главными* регулируемымими переменными, т. е. между входами g_1 и g_2 и выходами y_1 и y_2 .

Идея расчета многосвязных динамических систем (МС) как совокупности независимых или автономных систем существует со времени возникновения систем регулирования теплоэнергетических объектов с большим числом регулируемых параметров. Именно в такой постановке была опубликована в 1938 г. (по-видимому, впервые) статья проф. И. Н. Вознесенского в журнале "Автоматика и телемеханика", посвященная этой важной научно-технической проблеме. В этой работе условия автономности распространялись на класс систем, описываемых дифференциальными уравнениями (2.15):

$$\sum_{j=1}^n q_{ij}(p)y_j(t) = \sum_{j=1}^n r_{ij}(p)u_j(t), \quad i \in \overline{1, n}; \quad p = d/dt$$

или уравнениями с введением полиномиальных матриц — дифференциальными уравнениями в векторно-матричной форме (2.17):

$$\mathbf{Q}(p)\mathbf{y}(t) = \mathbf{R}(p)\mathbf{u}(t), \quad (3.38)$$

где матрица $\mathbf{Q}(p)$ неособая. Матричная передаточная функция такой системы $\mathbf{\Phi}(p) = \mathbf{Q}^{-1}(p)\mathbf{R}(p)$ по условиям автономности (по Вознесенскому) должна быть диагональной и образованной диагональными же матрицами $\mathbf{Q}^{-1}(p)$ и $\mathbf{R}(p)$. Это означает "абсолютную" автономность подсистем многосвязной

системы, где независимыми являются как вынужденные, так и собственные составляющие вектора $y(t)$. В приведенном примере двухсвязного объекта (рис. 2.13), в уравнениях (3.38), однако, все подсистемы (в двумерной системе их четыре) имеют общее характеристическое уравнение $\det \mathbf{A} = 0$. Физическая реализация условия независимости (автономности) ошибки (сигнала рассогласования) ε_{11} от ошибки ε_{12} , порожденной взаимным влиянием каналов вследствие связей в самом объекте, в общем случае не достижима. Поэтому от условий автономности в прикладном смысле приходится отказаться, и принцип автономности по Вознесенскому сохраняет свое значение как идея.

В последующее время автономность рассматривалась как независимость *вынужденной* составляющей любой i -й компоненты вектора выхода $y(t)$ только от одного i -го входного сигнала в составе вектора $g(t)$ и не зависит от всех остальных его составляющих. Такое условие не требует диагональности матриц $\mathbf{Q}^{-1}(p)$ и $\mathbf{R}(p)$, так как матрица $\Phi(p) = \mathbf{Q}^{-1}(p)\mathbf{R}(p)$ может быть диагональной при недиагональных матрицах $\mathbf{Q}^{-1}(p)$ и $\mathbf{R}(p)$. Такое определение автономности было сформулировано в 1950 г. американскими авторами А. Боксенбомом и Р. Худом (Boksenbom A., Hood R.). Однако и при условиях автономности по Боксенбому и Худу независимость вынужденных движений выполняется лишь при нулевых начальных условиях для всех компонент вектора выходных переменных $y(t)$. Например, для моментов времени $t = k\Delta t$ и диагональной по условию автономности матрицы $\Phi(z) = \mathbf{Q}^{-1}(z)\mathbf{R}(z)$ решения системы (3.38) (см., например, [18]) примут вид

$$y(j\Delta t) = Z^{-1}\{\Phi(z)g(z)\} + \sum_{l=1}^n c^l \lambda_j^l,$$

где $Z^{-1}\{\cdot\}$ — символ обратного z -преобразования; λ^l — корни характеристического уравнения $\det \mathbf{Q}(z) = 0$; c^l — вектор произвольных постоянных. При нулевых начальных условиях все векторы c^l обращаются в нуль и переменные $y_k(j\Delta t)$, $k = 1, 2, \dots, n$ независимы во времени.

3.7. Адаптивные системы управления

На практике объективно существуют причины, вследствие которых классические подходы к достижению необходимых целей управления на основе принципа обратной связи по измеряемым сигнальным переменным оказываются

ся недостаточными из-за априорной и текущей *неполноты* информационного обеспечения систем управления. Эта неполнота возникает в силу:

а) *неконтролируемых изменений* временных и частотных характеристик модели объекта как следствий изменений физических, химических, механических свойств динамических объектов во время эксплуатации;

б) *стохастической природы* возмущений внешней среды и отсутствия статистической информации о возмущениях;

в) существования *немоделируемой* динамики поведения модели объекта вследствие допущенных упрощений при анализе исходной математической модели управляемого объекта.

Неполная информация об управляемом объекте приводит:

— к снижению качества работы системы и даже потере ее устойчивости, т. е. к потере работоспособности, к нарушению условий безопасности;

— последующему увеличению затрат на расчет и реализацию более эффективной системы управления для сохранения требуемого качества ее функционирования.

Возможные и естественные пути преодоления трудностей управления объектами с не полностью контролируемым поведением состоят обычно:

1) в упрощении модели объекта управления и в снижении требований к качеству системы в процессе ее проектирования, например, декомпозиция многосвязных моделей объектов на совокупность одномерных, замена изначально принятых целевых условий более простыми, но легко реализуемыми. Однако упрощение проблемы управления лишь увеличивает противоречия между расчетной и реальной системой, приводит к появлению немоделируемой динамики, а в итоге к негрубости системы управления;

2) повышении уровня информационного обеспечения за счет использования, например, наблюдателей переменных состояния, фильтров, вычислителей статистических характеристик и т. п.;

3) введении в действующую систему управления дополнительных сигнальных и параметрических контуров компенсации неучтенных возмущений, если исходная система допускает такую функциональную эволюцию;

4) применении нетрадиционных принципов и функций в процессе проектирования программно-технического комплекса системы управления объектами со сложной нелинейной динамикой; в их числе могут быть функции идентификации, оптимизации и адаптации, "нечеткое" управление, применение искусственных нейронных сетей.

Рассмотрим пример решения задачи автоматического регулирования, когда традиционный подход к синтезу системы регулирования не дает возможности достичь цели стабилизации требуемого состояния объекта.

Пусть объект описывается линейным разностным уравнением с изменяющимися в процессе функционирования параметрами:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= a_k x_k + b_k u_k; \\ y_k &= dx_k.\end{aligned}\tag{3.39}$$

В уравнении (3.39) x_k — текущие значения регулируемой величины; y_k — измеряемый выход объекта; u_k — управляющее воздействие с выхода регулятора системы. Коэффициенты a_k, b_k зависят от изменяющихся со временем условий функционирования системы и в обычных, не адаптивных системах предполагаются известными или, по крайней мере, мало изменяющимися относительно известных расчетных значений a^*, b^* . Если целью управления таким объектом является стабилизация заданного расчетного значения выхода объекта $y(t_k) = y^* = \text{const}$, начиная с момента времени $t_k = (k + 1)\Delta t = t_* \geq 0$, где Δt — период дискретизации, то "идеальный" закон регулирования для достижения этой цели имеет вид, следующий непосредственно из (3.39):

$$u_k^* = (b^*)^{-1} (x_{k+1}^* - a^* x_k^*) = (b^* d^*)^{-1} (y^* - a^* y_k^*).\tag{3.40}$$

Подстановка (3.40) в уравнение объекта (3.39) показывает, что с момента времени $t = (k + 1)\Delta t$ измеряемый выход $y_{k+1} \equiv y^*$. Нетрудно увидеть, что "идеальный" закон регулирования (3.40) эквивалентен введению в контур стабилизации производной по времени от регулируемой величины и для его реализации требуется *полная текущая информация* обо всех переменных и параметрах уравнения объекта (3.39).

Теперь покажем, как можно решить ту же задачу управления в тех случаях, когда коэффициенты a, b в "идеальном" законе неизвестны и изменяются со временем *неконтролируемым* образом. Для этого воспользуемся уравнением "идеального" закона и допустим, что параметры a, b изменяются в ограниченной области: все их возможные значения принадлежат множеству $\{a, b\}$.

Тогда "реальный" закон регулирования будет иметь следующий вид:

$$u_k = \theta_{1k} y^* + \theta_{2k} y_k,\tag{3.41}$$

где θ_{ik} — вычисляемые коэффициенты. Очевидно, что правые части законов (3.40) и (3.41) совпадут, когда $\theta_{1k} = b^{-1}$; $\theta_{2k} = ab^{-1}$; $\theta_{3k} = -db^{-1}$. Поскольку целью управления объектом (3.39) служит достижение равенства $y_{k+1} \equiv y^*$ для $k \rightarrow \infty$, то для промежуточных вычислений введем оценочную функцию $Q(\sigma_{k+1})$, где ошибка $\sigma_{k+1} = y_{k+1} - y^*$ обусловлена несоответствием коэффициентов θ_{ik} текущим значениям a, b . Поэтому теперь целью управления при *выбранном* законе (3.41) полагаем вычисление таких коэффициентов θ_{ik} , при которых оценочная функция $Q(\sigma_{k+1})$ достигает минимума: $Q(\sigma_{k+1}) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$. Для конечного значения $k \leq k^*$ цель формулируется в виде неравенства:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Q(\sigma_{k+1}) \leq \Delta, \quad \Delta > 0. \quad (3.42)$$

Достижение цели $Q(\sigma_{k+1}) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$ или (3.42) эквивалентно решению первоначальной задачи синтеза "идеального" закона регулирования при известных коэффициентах a, b . Разница состоит в том, что в первом случае — при полной информации о математической модели объекта — решение следует как результат *конечного числа точных вычислений*; во втором случае решение осуществляется в результате *множества промежуточных вычислений* и достигается лишь в асимптотике, но при этом не требуется точная информация о текущих значениях коэффициентов a, b .

Для вычисления *оценок* неизвестных коэффициентов θ_{ik} используем метод градиентного спуска для нахождения минимума оценочной функции $Q(\sigma_{k+1})$. Введем вектор оценок $\hat{\theta} = \text{col}(\hat{\theta}_{1k}, \hat{\theta}_{2k})$, где $\hat{\theta}_{ik}$ — оценки неизвестных коэффициентов θ_{ik} в реальном законе управления (3.41). Для использования метода градиентного спуска необходимо, чтобы оценочная функция *явно* зависела от вычисляемых оценок $\hat{\theta}_{ik}$. Поэтому в ошибку оценивания $\sigma_{k+1} = y_{k+1} - y^*$ подставляем из уравнения объекта (3.39) значение измеряемой и регулируемой величины y_{k+1} , а оценочную функцию примем в классе квадратичных функций:

$$Q(\sigma_{k+1}) = 0,5\sigma_{k+1}^2 = 0,5(y_{k+1} - y^*)^2 = 0,5[da x_k + db(\theta_{1k} y^* + \theta_{2k} y_k) - y^*]^2.$$

Искомые оценки в соответствии с методом градиентного спуска вычисляются по следующему алгоритму:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \gamma \nabla_{\hat{\theta}} Q(\sigma_{k+1}) = \hat{\theta}_k - \gamma \sigma_{k+1} (\partial \sigma_{k+1} / \partial \theta_k). \quad (3.43)$$

где шаг "спуска" $\gamma > 0$; значение оценки $\hat{\theta}_0$ в начальный момент вычислений ($k=0$) задается из априорных соображений. Векторный алгоритм (3.43) состоит из двух скалярных алгоритмов вычисления оценок $\hat{\theta}_{ik}$. Так, например, алгоритм вычисления оценки $\hat{\theta}_{2k}$ из (3.43) записывается следующим образом:

$$\hat{\theta}_{2k+1} = \hat{\theta}_{2k} - \bar{\gamma} \nabla_{\hat{\theta}} Q(\sigma_{k+1}) = \hat{\theta}_{2k} - \bar{\gamma} b d (y_{k+1} - y^*) y_{k+1}. \quad (3.44)$$

Коэффициент $b > 0$ — коэффициент передачи объекта в общем случае точно не известен и изменяется в процессе функционирования системы; коэффициент передачи d измерительной части системы управления известен. Их произведение в общем случае не изменяет своего знака и $bd > 0$, но его текущее значение неизвестно. Поэтому включим параметр $bd > 0$ в настраиваемый из условия сходимости шаг алгоритма $\gamma = \bar{\gamma} b d$. Тогда вычислительный алгоритм (3.44) примет вид

$$\hat{\theta}_{2k+1} = \hat{\theta}_{2k} - \gamma (y_{k+1} - y^*) y_{k+1} = \hat{\theta}_{2k} - \gamma \sigma_{k+1} y_{k+1},$$

где $\gamma > 0$; $\hat{\theta}_{20}$ — заданное начальное значение оценки.

3.7.1. Обсуждение подходов к построению адаптивных систем управления

Рассмотрим характерные особенности приведенного примера решения задачи управления при неполной информации о математической модели объекта.

Во-первых, исходная задача управления — синтез "идеального" закона регулирования — *переформулируется* в задачу численной оптимизации введенного целевого функционала $Q(\sigma_{k+1})$, где аргументом служит ошибка $\sigma_{k+1} = y_{k+1} - y^*$. Однако в результате оптимизации функционала $Q(\sigma_{k+1})$ цель управления — стабилизация измеряемой переменной y_k на заданном уровне $y^* = \text{const}$ — выполняется. Необходимым условием этого является задание уравнения реального регулятора с настраиваемыми коэффициентами — оценками коэффициентов "идеального" закона.

Во-вторых, замкнутый контур — объект регулирования, измерительная система и регулятор — может рассматриваться как новый, *настраиваемый объект* с внешним параметрическим управлением со стороны блока *алгоритмов адаптации*, формируемым в соответствии с рекуррентным алгоритмом (3.43). Таким образом, в целом синтезированная адаптивная система имеет *двухуровневую* струк-

туру (рис. 3.18). На первом уровне — в основном контуре (настраиваемом объекте) — формируется сигнальное управление $u_k(\hat{\theta})$. На втором уровне — в блоке адаптации — вырабатывается внешнее параметрическое управление $\hat{\theta} = \theta(\sigma_k)$, формируемое в результате рекуррентных вычислений, где используются текущие значения измеряемых переменных y_k .

В исходно линейных, точнее квазилинейных или слабонеровновесных системах адаптивное управление направлено на достижение требуемой технологической цели при неполной информации об объекте и внешней среде его функционирования, если задана некоторая эталонная модель поведения системы. Неполнота априорной и текущей информации в общем случае относится: 1) к структуре причинно-следственных связей в виде структурной схемы взаимосвязей входных независимых переменных и зависимых, в том числе регулируемых выходных; 2) уравнениям связей — алгоритмам, операторам связей; 3) параметрам уравнений связи, например, к коэффициентам дифференциальных уравнений.

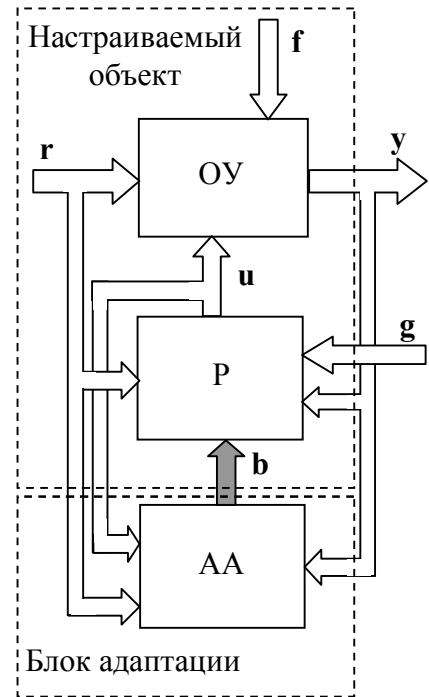


Рис. 3.18

В широком содержательном смысле будем определять адаптивность как *целенаправленную приспособляемость в изменяющихся неконтролируемом образом условиях функционирования динамических и информационных систем.*

Синтез адаптивных систем в соответствии со схемой на рис. 3.18 предполагает задание или синтез основного контура (ОК) или настраиваемого объекта, включающего объект с заданной структурой связей, управлениями и допустимой областью изменения параметров $\theta \in \Omega_\theta$ этих уравнений. Векторные входы r, f отображают, соответственно, измеряемые и неизменяемые внешние возмущения. Для заданной таким образом модели объекта (известными методами теории управления) выполняется синтез регулятора с фиксированной или свободной структурой (алгоритмом) и параметрами настройки b . В частности, для известного желаемого состояния объекта управления с параметрами $\theta \in \Omega_\theta$ при фиксированных r_0, f_0 оптимальный в каком-либо смысле регулятор имеет параметры настройки $b = \varphi_1(\theta_0)$. При неконтролируемых изменениях параметров $\theta = \theta(t)$ для сохранения оптимального со-

стояния основного контура необходимо подстраивать параметры регулятора $\mathbf{b} = \hat{\mathbf{b}}(t)$. Возможны два режима настройки.

1. Режим *"поэтапного"* управления в случае выполнения *гипотезы квазистационарности* объекта. Согласно этой гипотезе скорость изменения вектора параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$ ограничена и существенно меньше скорости протекания переходных процессов, вызванных изменением $\boldsymbol{\theta}(t)$. Тогда адаптивное управление может быть осуществлено за два этапа. Сначала объект "изучается" с целью определения текущего значения параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$ в виде *оценки* $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ (1-й этап). Затем с использованием оценки на интервале квазистационарности формируется алгоритм управления с необходимыми параметрами $\mathbf{u}(t) = U(\hat{\mathbf{b}} = \varphi_2(\hat{\boldsymbol{\theta}}))$ (регулятор со свободной структурой) либо для принятого закона регулирования с фиксированной структурой каким-либо методом оптимизации вычисляется вектор оптимальных параметров настройки $\hat{\mathbf{b}}^* = \varphi_2(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ (2-й этап). Такой режим адаптивного управления будем называть *идентификационным*.

2. Режим *одновременного* "изучения" объекта и управления им, когда темп изменения неизвестного вектора параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$ объекта сравним с темпом процессов в системе и с темпом изменения внешних воздействий $\mathbf{g}(t)$, $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{f}(t)$ на систему. В таких случаях гипотеза квазистационарности в принципе может и не выполняться, поэтому идентификационный режим адаптивного управления не может быть реализован. Решение задачи адаптивного управления в режиме одновременного изучения и управления объектом приводится к решению задачи *автоматической численной оптимизации* по принятому функционалу $J(\boldsymbol{\sigma}(\hat{\mathbf{b}}, t))$, характеризующему требования к качеству адаптивного управления. Такая стратегия адаптивного управления получила название *"прямого подхода"*. Для его использования специально выбирается аргумент функционала J_t в виде функции $\boldsymbol{\sigma}(\hat{\mathbf{b}}, t)$, содержащей информацию о мгновенных значениях отклонений параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$ от заданных или эталонных их значений $\boldsymbol{\theta}^*$ и настраиваемых параметрах закона регулирования $\mathbf{b}(t)$.

Общим для обоих режимов работы является *двухуровневая структура* адаптивных систем. На первом уровне — уровне настраиваемого объекта — априорно задана математическая модель объекта с ограниченной областью изменения ее параметров $\boldsymbol{\theta} \in \Omega_{\boldsymbol{\theta}}$. По алгоритму второго уровня — алгоритму

адаптации (АА) — настраивается вектор параметров \mathbf{b} регулятора в основном контуре таким образом, чтобы обеспечить достижение цели управления при неизвестных текущих значениях $\boldsymbol{\theta}(t)$ либо с использованием идентификационного (непрямого) подхода, либо прямого подхода. Совокупность алгоритмов регулирования в основном контуре и алгоритмов адаптации в блоке АА будем называть *алгоритмом адаптивного управления*. Динамическую систему, состоящую из объекта и устройства, реализующего алгоритмы адаптивного управления, будем называть *адаптивной системой управления*. Структурные схемы, иллюстрирующие прямой и идентификационный подходы к построению адаптивных систем, изображены на рис. 3.19 и 3.20. На рис. 3.19, а показана адаптивная система прямого типа с алгоритмами предсказания, а на рис. 3.19, б — система с алгоритмами текущей оптимизации. Алгоритм предсказания оптимизирует функционал $J_t(\mathbf{e}_0)$, где $\mathbf{e}_0 = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}_0$; $\hat{\mathbf{y}}_0$ — прогноз будущего значения переменной y на выходе объекта. В адаптивной системе с алгоритмами текущей оптимизации минимизируется функционал $J_t(\mathbf{e})$, где $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ ($\hat{\mathbf{y}}$ — выход эталонной модели основного контура). Различие между схемами заключается в составе используемых данных измерения, настраиваемых эталонных моделей, реализующих, соответственно, либо прогноз $\hat{\mathbf{y}}_0$, либо оценки $\hat{\mathbf{y}}$, используемые в алгоритмах вычисления параметров настройки регулятора \mathbf{b}^* .

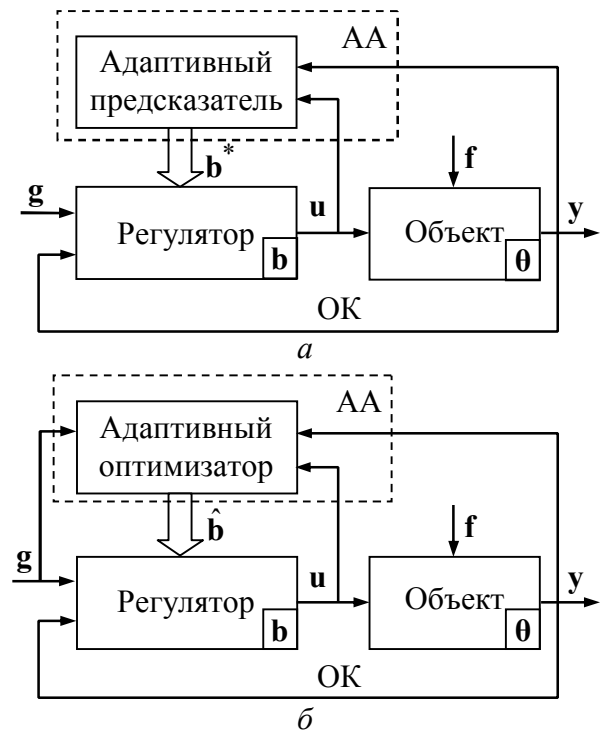


Рис. 3.19

Рис. 3.20: Structural diagram of an adaptive control system with current optimization algorithms. The diagram shows a 'Блок адаптации' (Adaptation block) containing a 'Блок оптимизации' (Optimization block) and a 'Блок оценивания' (Evaluation block). The 'Блок оптимизации' receives the output y and provides parameters b to the 'Регулятор основного контура' (Main loop controller). The 'Блок оценивания' receives y and provides parameters $\hat{\theta}$ to the 'Объект' (Object). The object outputs y , which is fed back to the controller. The object also receives an input f .

Рис. 3.20

Адаптивные системы идентификационного типа (рис. 3.20) содержат блок вычисления оценок $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ и оценок неизмеряемого возмущения \mathbf{f} по невязке $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$, где $\hat{\mathbf{y}}$ — аппроксимация выходной переменной объекта с применением настраиваемой эталонной модели. Блок оптимизации осуществляет минимизацию целевого условия $J_t(\mathbf{b})$ и использует для этого оценки $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ на интервале квазистационарности. Для подробного ознакомления с постановкой задачи адаптивного управления в двухуровневых системах и решения этих задач следует обратиться к специальным источникам учебного или научного характера, например, [24], [31].

4. ИЗМЕРЕНИЕ И РЕГУЛИРОВАНИЕ В ЛСУ

В заключительной главе пособия рассмотрим основополагающие задачи построения ЛСУ, названия которых вынесены в заголовок.

Проблема *измерений* имеет первостепенное значение, так как в зависимости от того, какая информация об объекте доступна для использования, осуществляется выбор структуры, алгоритмов (законов) регулирования, технического и программного обеспечения ЛСУ. В конечном итоге измерения определяют технический уровень разработки ЛСУ.

Проблема выбора *оптимального* в конкретных условиях *регулятора* также имеет первостепенное значение для достижения поставленных технологических целей, но этот выбор также обусловлен уровнем измерительной информации. Рассмотренные ранее принципы функциональной и структурной организации в процессе проектирования ЛСУ получают конкретное аппаратно-программное воплощение, поэтому полезным является изучение типовых технических решений функциональных структур и регуляторов, накопленных и апробированных в инженерной практике.

4.1. Устройства получения информации о состоянии процесса

Функциональные и эксплуатационные возможности устройств этой группы играют ключевую роль в разработке информационного, функционального, алгоритмического и программного обеспечения ЛСУ. Устройства получения информации предназначены для сбора, преобразования и передачи данных измерений без изменения сведений о контролируемых, регулируемых и управляемых параметрах ТОО. Это верно для всех рассмотренных в книге классов ЛСУ. Состав измеряемых и регулируемых величин в ЛСУ (далеко не полный!) приведен в табл. 1.1 (см. 1.2). К устройствам для получения информации о режимных параметрах процессов и объектов относят чувствительные элементы (сенсоры, датчики), измерительные или нормирующие преобразователи. К этой же группе устройств относят релейные (позиционные) преобразователи — контактные; индукционные; пневматические; оптические; радиационные; преобразователи, реагирующие на определенные состояния среды, положение объекта, а также преобразователи, выдающие дискретные сигналы, используемые для выработки команд со стороны управляющих устройств для необходимого изменения режима работы.

Далее приведем краткие сведения об измерительных преобразователях рассматриваемой группы устройств, подробнее см. [32], [33].

4.1.1. Первичные измерительные преобразователи

Первичные измерительные преобразователи — датчики физических (не-электрических) величин — воспринимают режимные параметры на выходах объектов регулирования и преобразуют их в сигнал, удобный для передачи по каналам связи. Стоимость датчиков составляет до 40 % стоимости всего аппаратно-программного обеспечения в современных АСУ ТП¹. В настоящее время из-за усложнения задач регулирования и управления эта тенденция проявляется в еще бóльшей степени и составляет научную проблему в теории современных систем управления нелинейными процессами, не сводимыми к традиционным линейным моделям.

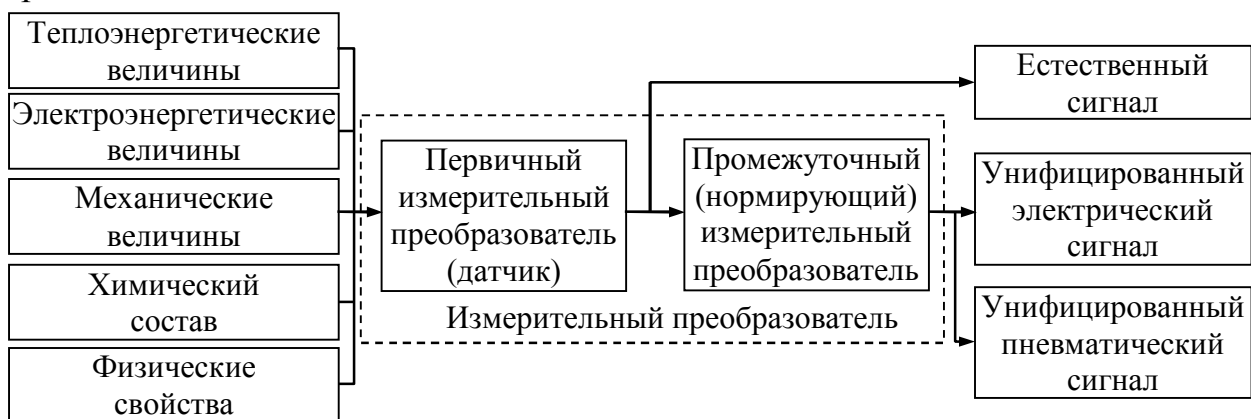


Рис. 4.1

Первичные измерительные преобразователи (далее — *датчики*) переводят выходные сигналы объектов в выходную физическую величину: перемещение, усилие, электрическое сопротивление, напряжение, ток, частоту. На рис. 4.1 изображена функциональная структура измерительного преобразователя, а в табл. 4.1 показаны некоторые, наиболее распространенные типы датчиков, схематично иллюстрирующих физические принципы получения измерительной информации. В табл. 4.1 приняты следующие обозначения: G — усилие; h — перемещение; p — давление; Δp — перепад давления; R — активное сопротивление; φ — угол поворота; Q — расход; T — температура; H — уровень; n — число оборотов; B — концентрация (химический состав) газов; J — момент инерции; V — скорость потока. Индекс x принят для выходной величины датчика. Основными характеристиками датчиков являются: входная величина, воспринимаемая и преобразуемая датчиком; статическая характеристика; динамическая характеристика; порог чувствительности; основная и дополнительная погрешности. Рассмотрим подробнее эти характеристики.

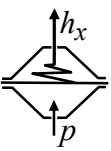
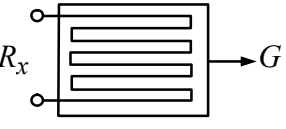
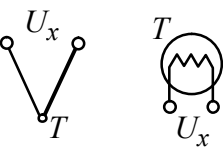
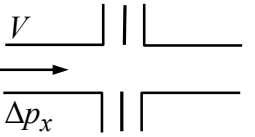
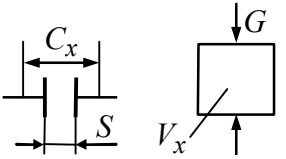
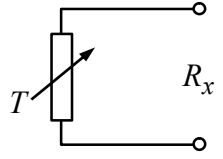
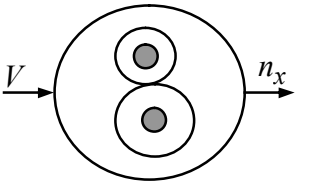
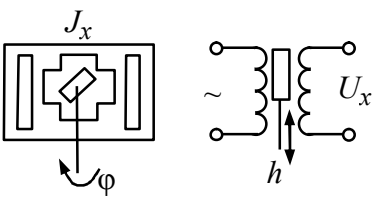
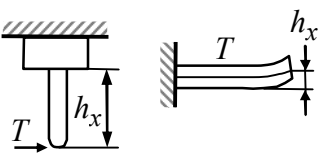
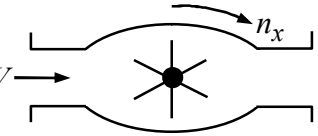
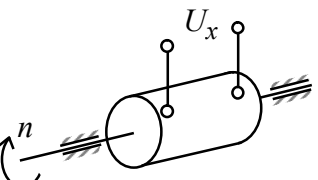
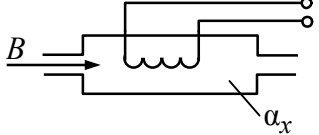
¹ Например, по данным обзора о состоянии термоэлектрических преобразователей в серии ТС-6 "Приборы и устройства для контроля и регулирования технологических процессов". Вып. 1. М.: ЦНИИТЭИ приборостроения, 1985.

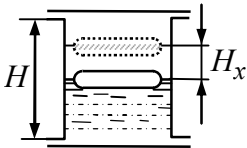
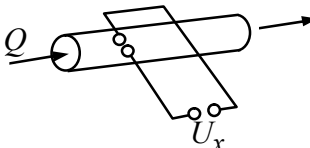
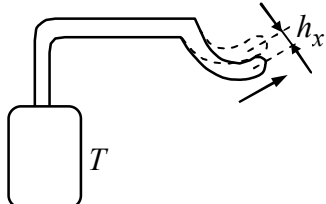
Входные величины датчиков подразделяются на два класса: а) величины, характеризующие *изменение процесса во времени* — ток, напряжение, перемещение, расход, электрическое сопротивление, упругость, масса и т. п.; б) величины, характеризующие *свойства и состав вещества* — концентрация, влажность, температура и т. п.

Выходная величина, используемая для передачи информации, модулируется по амплитуде, частоте, фазе, по кодовому признаку.

На рис. 4.2 приводится классификация измерительных преобразователей по виду вырабатываемой на выходах измерительной информации. Широкое распространение в распределенных системах управления (см. 1.4) получили микропроцессорные измерительные преобразователи. Это позволяет использовать цифровые датчики, встраиваемые в "тело" объекта, либо интегрировать цифровые датчики на основе стандартного промышленного интерфейса, например, в магистрально-модульных система типа SCADA.

Таблица 4.1

Механические	Электромеханические, электронные	Тепловые
<p>С упругим ЧЭ</p> 	<p>Терморезистивные</p> 	<p>Термоэлектрические</p> 
<p>Дроссельные</p> 	<p>Электростатические</p> 	<p>Терморезистивные</p> 
<p>Объемные</p> 	<p>Электромагнитные</p> 	<p>Термомеханические</p> 
<p>Скоростные</p> 	<p>Тахометрические</p> 	<p>Термокондуктометрические</p> 

Механические	Электромеханические, электронные	Тепловые
Поплавковые	Индукционные	Манометрические
		

Статическая характеристика измерительных преобразователей формируется, как правило, нормирующим преобразователем путем линеаризации нелинейных статических характеристик датчиков. Диапазон средств для этого — от аналоговых усилителей-линеаризаторов до микропроцессоров и искусственных нейронных сетей.



Рис. 4.2

Динамическая характеристика датчиков определяется собственными инерционными свойствами и конструктивным исполнением для эксплуатации в производственной среде. В этом случае при синтезе регуляторов необходимо учитывать динамические свойства датчиков так же, как и других динамических звеньев системы.

Порог чувствительности датчиков характеризует минимальные изменения входных величин, вызывающих контролируемое изменение выходных сигналов. Порог чувствительности необходимо знать при построении прецизионных систем стабилизации. Минимальная ошибка стабилизации любой системы регулирования не может быть меньше порога чувствительности датчика стабилизируемой величины на выходе объекта. Это замечание относится и к *основной*, и к *дополнительной погрешностям* датчика. Основная погрешность характеризует максимальную разность между получаемой в эксплуатационных условиях величиной выходного сигнала (практическое значение) и его номинальным значением, определяемым по статической характеристике (теоретическое значение). Дополнительная погрешность появляется при нарушении штатных эксплуатационных условий и характеризует влияние внешних возмущений.

4.1.2. Нормирующий преобразователь

Нормирующий или промежуточный преобразователь (НП) переводит выходной сигнал на выходах датчиков в унифицированные электрический или пневматический сигналы, удовлетворяющие национальным и международным стандартам (стандартам Международной электротехнической комиссии (МЭК)).

Нормирующий преобразователь с *установленной* точностью реализует однозначную функциональную зависимость между двумя физическими величинами: $y = f(x)$, где $x = x(t)$ и $y = y(t)$ — сигналы на его входе и выходе.

Принципы действия НП определяются видом входного "естественного" сигнала от датчика (см. табл. 4.1 и рис. 4.1). С точки зрения структурной организации НП могут быть построены в виде компенсационного (с отрицательной обратной связью), каскадного или последовательного соединения, дифференциального и логометрического соединения.

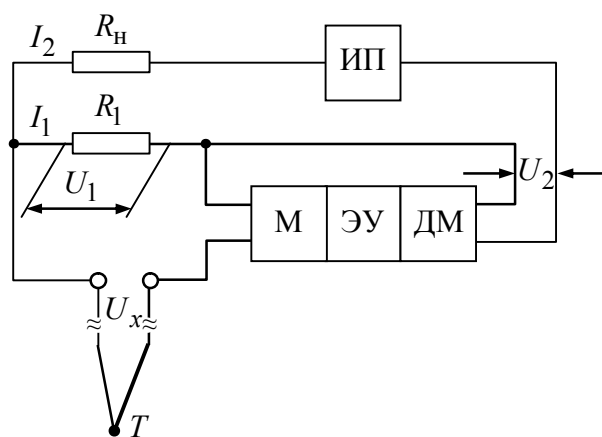
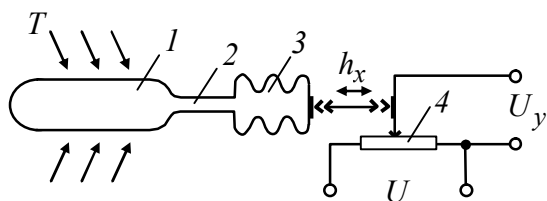
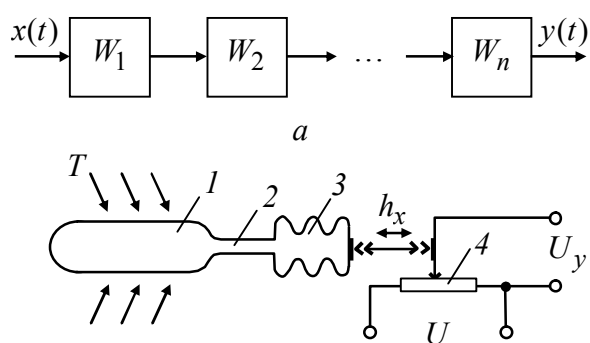


Рис. 4.3

Пример *компенсационного* соединения элементов измерительного преобразователя (датчика и нормирующего преобразователя) проиллюстрируем на примере преобразователя температуры T в электрическое напряжение U постоянного тока на сопротивлении нагрузки или в постоянный ток I . Схема для измерения температуры с помощью датчика — термоэлектрического преобразователя — термопары приведена на рис. 4.3. Разностный сигнал

ΔU , полученный в результате сравнения ЭДС термопары U_x и напряжения отрицательной обратной связи U_1 : $\Delta U = U_x - U_1$ через модулятор постоянного тока M , электронный усилитель ЭУ и демодулятор (ДМ), преобразуется в выходное напряжение U_2 . На сопротивлении обратной связи R_1 выделяется напряжение обратной связи $U_1 \simeq U_2$. Выходной сигнал нормирующего преобразователя — либо постоянный ток $I_2 \equiv U_2$, либо напряжение постоянного тока на сопротивлении нагрузки R_H , калибруется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к унифицированным электрическим сигналам. Индикация измеряемой температуры T осуществляется измерительным прибором ИП (это необязательно). Глубокая отрицательная обратная связь в схеме обеспечивает линейную зависимость выходного сигнала от температуры.



б
Рис. 4.4

Каскадное, или последовательное, соединение изображено на рис. 4.4, а, где W_1, \dots, W_n — передаточные функции элементов измерительного преобразователя. Примером каскадного соединения может служить манометрический термометр (рис. 4.4, б), состоящий из баллона 1, капилляра 2, сильфона 3 и реостатного преобразователя

перемещения h_x в унифицированный сигнал постоянного тока. Каскадное соединение дает возможность линеаризации нелинейной статической характеристики чувствительного элемента (в примере это баллон 1) путем включения элемента, имеющего обратную нелинейную зависимость.

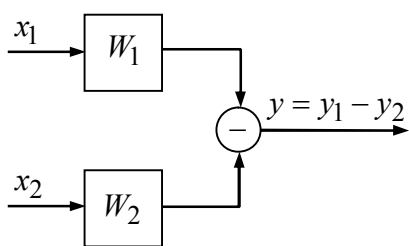


Рис. 4.5

Дифференциальное соединение элементов измерительного преобразователя показано на рис. 4.5. Характерной особенностью таких преобразователей является наличие двух элементов с однотипными характеристиками, выходные сигналы которых вычисляются. Входные сигналы x_1, x_2 могут быть ли-

бо оба измеряемыми, либо один — измеряемая величина, а другой — постоянная, в том числе нулевая. По этому принципу строятся трансформаторные измерительные преобразователи. В числе их достоинств: существенное снижение влияния дополнительных погрешностей, вызванных внешними возмущениями в рабочей среде; увеличение чувствительности датчиков; возможности линеа-

ризации статической характеристики преобразователя в целом при заметном влиянии нелинейных характеристик датчиков.

Логометрическое соединение звеньев измерительных преобразователей используется в тех случаях, когда их выходная величина пропорциональна отношению двух измеряемых величин x_1, x_2 . Ответственным за точность логометрических измерительных устройств является делительное звено. На рис. 4.6, а, б изображены два способа технической реализации логометрических измерительных преобразователей. В первой схеме применяется вычислитель частного от деления двух функций времени; во второй в обе цепи включены логарифмирующие устройства, а вместо делителя в схеме на рис. 4.6, а в схеме на рис. 4.6, б использовано звено вычитания.

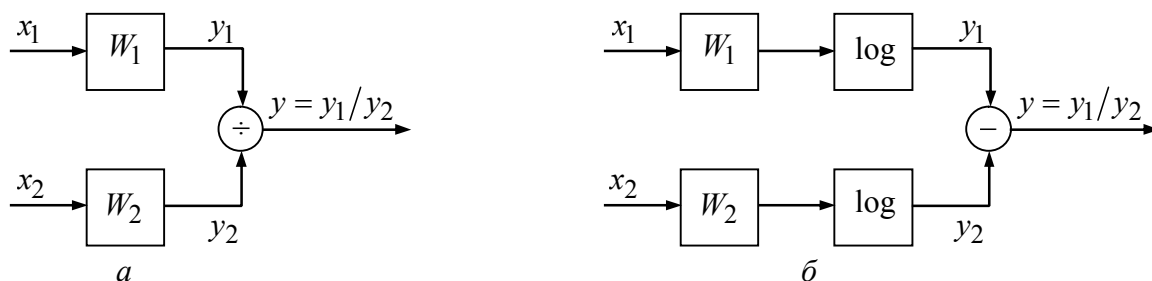


Рис. 4.6

Расчетные показатели качества ЛСУ в эксплуатационных условиях напрямую зависят от качественных характеристик измерительных преобразователей. Для обеспечения необходимых функций измерительных преобразователей необходима их защита от влияния неблагоприятных воздействий внешней среды с применением специальных мер подавления производственных помех. Помимо своей основной функции НП обеспечивает:

- гальваническую развязку входных электрических цепей от выходных;
- помехозащищенность входных контуров;
- независимость значения выходного тока от сопротивления нагрузки измерительного преобразователя.

В измерительных преобразователях вырабатываются как *внутрисистемные* информационные сигналы для связи с датчиками и регуляторами, так и *дистанционные* для связи с периферийными устройствами (индикация, контроль, супервизорные контроллеры верхнего уровня управления). Для внутрисистемных связей используются унифицированные аналоговые, цифровые и логические сигналы.

Для дистанционного соединения измерительных преобразователей используются двух-, четырех- и реже трехпроводные линии связи. Введение

стандартов МЭК на сигнал связи постоянного тока 4...20 мА позволило перейти на экономную двухпроводную связь, обеспечивающую минимальный расход проводников путем совмещения цепи питания с цепью для передачи сигналов, а также дало возможность диагностирования обрыва линий связи по току смещения (4 мА), искробезопасность, стал возможен монтаж в рабочей (технологической) зоне.

Принцип работы двухпроводных измерительных преобразователей поясняет рис. 4.7, где 1 — источник постоянного напряжения 24/48 В (цепь питания); 2 — датчик и нормирующий преобразователь; 3 — преобразователь токового сигнала 4...20 мА на нагрузку 2,5 кОм в напряжение 1...5 В; 4 — аналого-

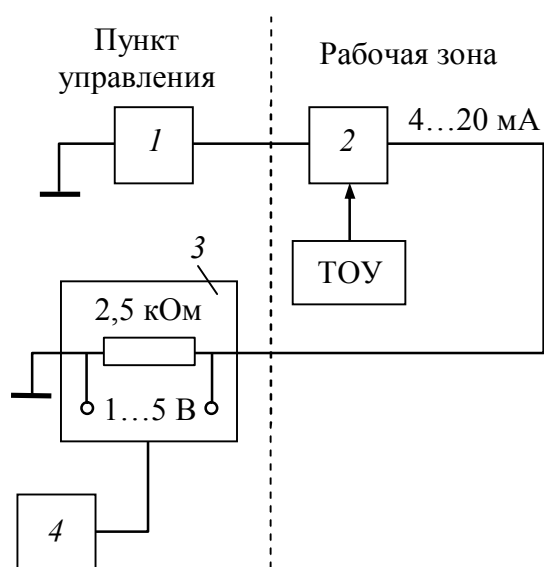


Рис. 4.7

цифровой преобразователь для ввода значения измеренной величины в цифровое устройство. К настоящему времени в теории и практике измерительных преобразований сложились следующие четко выраженные направления:

1. *Цифровые преобразователи* на основе монолитных и гибридных схем с нормированием и аналого-цифровым преобразованием сигналов непосредственно в чувствительном элементе, с драйверов которых считывается цифровой код измеренной величины.

2. Двухпроводные схемы измерительных преобразователей с *цифровыми датчиками*.

3. Так называемые *нормально-пассивные* преобразователи, у которых отсутствует выходной сигнал до тех пор, пока на схему прибора не поступит сигнал запроса.

4. *Электронно-оптические* измерительные преобразователи, совместимые с волоконно-оптическими каналами связи и с отсутствием электрических источников питания. Такие преобразователи предназначены для работы в особо опасных условиях при высоком уровне электромагнитных помех.

Более подробные сведения по содержанию данного пункта содержатся в специальных источниках [32], [33].

4.2. Типовые регуляторы ЛСУ

Автоматические регуляторы с *типовыми законами* регулирования¹ — релейными, пропорциональными (П), пропорционально-интегральными (ПИ), пропорционально-дифференциальными (ПД) и пропорционально-интегрально-дифференциальными (ПИД) — составляют основную группу регуляторов объектов самой различной природы и применения в технике (в том числе бытовой) и промышленном производстве в составе локальных систем контроля и регулирования. Понятие "типовой закон", "типовой алгоритм" регулирования означает применимость такого закона, алгоритма для *класса математических моделей* объектов независимо от их физической природы и назначения. В нашем случае таким классом являются *линейные динамические модели* (см. 2.1), в том числе модели с эквивалентным и транспортным запаздыванием (см. 3.4). Применимость одинаковых законов для объектов определенного класса означает гарантированную достижимость цели регулирования с заданными показателями качества процессов в автоматических системах.

Основные функции типового регулятора — формирование сигнала рассогласования между измеренным значением регулируемой величины и ее заданным значением или заданной функцией и динамическое преобразование в реальном времени (режим on-line) по избранному типовому закону.

Помимо этого современные автоматические регуляторы выполняют ряд вспомогательных функций, необходимых для удобной эксплуатации, безопасности и предотвращения аварийных ситуаций в системе. В числе этих функций:

- *безударный* переход (т. е. без дополнительных переходных процессов) с автоматического режима работы на ручной и обратно;
- в режиме автоматического регулирования безударный переход с внешнего источника сигнала задания на собственный внутренний, необходимый в *супервизорном* управлении;
- ограничение выходного аналогового сигнала по верхнему и нижнему уровням с сигнализацией предельных значений этих уровней;
- гальваническое разделение входных и выходных цепей;
- связь с управляющими контроллерами верхнего уровня управления в распределенных, например, системах управления производством (см. 1.4);
- автоподстройка параметров типового закона для построения адаптивных систем регулирования.

¹ См.: www.taiu.ru/tsaiu/20-auto-regulyatori.

Структурные схемы регуляторов с типовыми законами построены на основе известных в теории регулирования методов коррекции для достижения требуемого качества системы, в нашем случае — типового закона, с применением последовательных, параллельных корректирующих звеньев и обратных связей, как отрицательных, так и положительных, пассивных и активных, аналоговых и дискретных, а в настоящее время в основном цифровых микропроцессорных схем. В ряде приложений исполнительные устройства участвуют в формировании закона как интегрирующие звенья [34].

На рис. 4.8 показаны основные структурные схемы, по которым могут быть реализованы типовые линейные законы — от П- до ПИД-регуляторов. На схемах рис. 4.8 приняты следующие обозначения: 1 — преобразователь входных сигналов (регулируемых переменных) $y(t)$; 2 — электронный усилитель; 3 — функциональная обратная связь, формирующая вместе с усилителем 2 закон или его составляющую; 4 — исполнительное устройство (силовой блок), вырабатывающее регулирующее воздействие на исполнительный орган объекта. По схемам рис. 4.8, а–г проектируются аналоговые типовые регуляторы. Примером регулятора, где формирование ПИ-, ПД- и ПИД-закона осуществлено по схеме г), может служить широко распространенные регулирующие аналоговые и импульсные блоки РБА и РБИ¹ (подробное их описание приводится в [35]). По схеме рис. 4.8, г выполняются также и цифровые микропроцессорные регуляторы (контроллеры), где параллельно включенные звенья формируют отдельные составляющие типового закона. Примером может служить микропроцессорный регулятор РП5-М1, М2 (с интерфейсом RS-485) ОАО "СКБ СПА"². В релейных регуляторах структура на рис. 4.8, г содержит один релейный элемент 2, а корректирующие функциональные звенья 3 обратной связи отсутствуют, как и в самом простом аналоговом П-регуляторе. Наибольшее распространение в промышленном производстве получили типовые ПИД-регуляторы — как в России, так и за рубежом. Все ведущие производители программно-технических комплексов средств автоматизации и управления включают в свой состав ПИД-регуляторы. Поэтому остановимся более подробно на свойствах этих регуляторов, точнее, на свойствах ПИД-закона, обеспечивающих им популярность во множестве приложений³.

¹ www.taiu.ru/tsaiu/20-auto-regulyatori.

² www.skbspa.ru.

³ www.compitech.ru/html.cgi/arhiv/03_05/stat_114.htm.

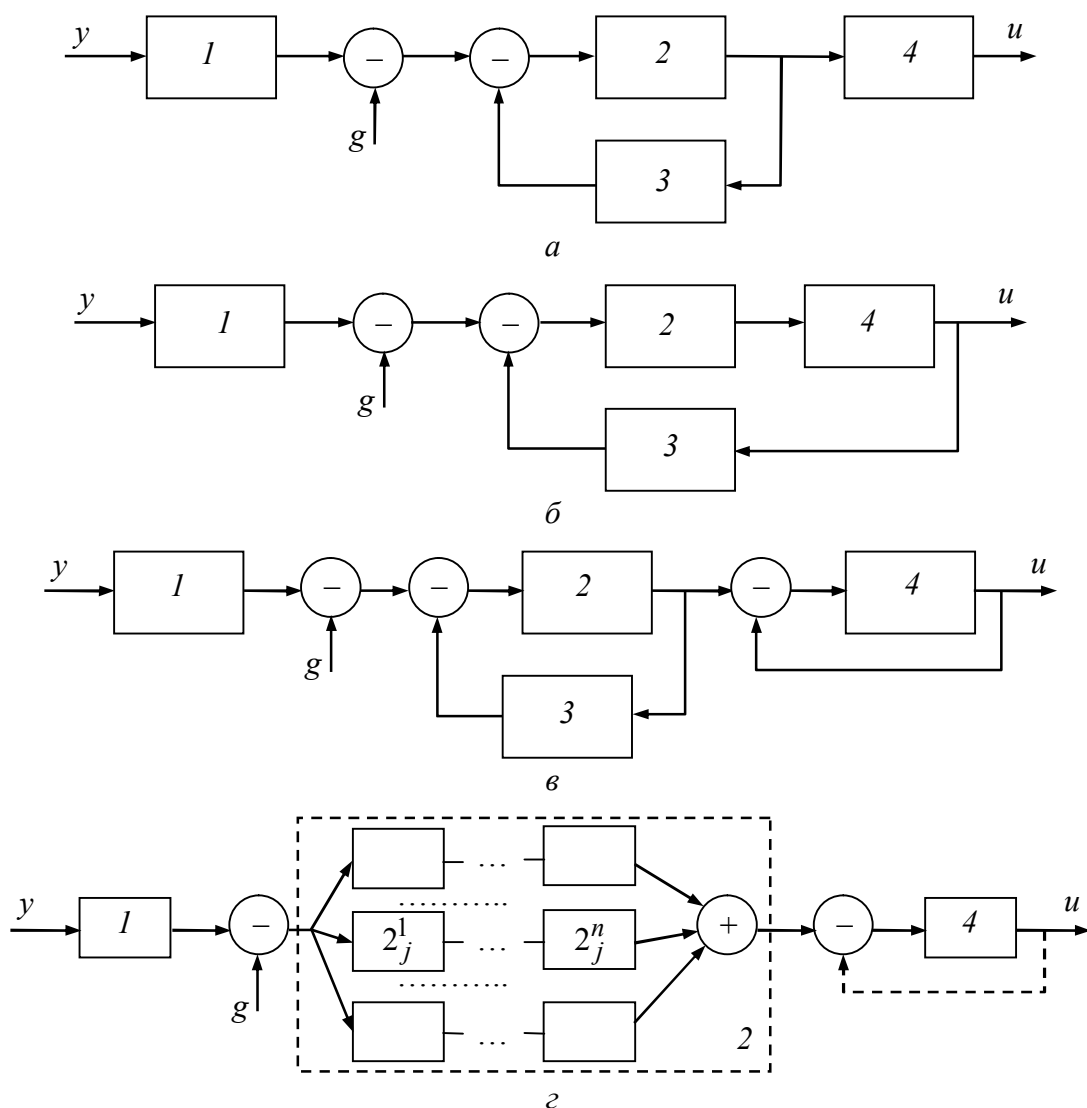


Рис. 4.8

Изобретение ПИД-регулятора произошло еще в 1910 г. Но лишь с конца 70-х гг. прошлого века ПИД-регуляторы (контроллеры) стали активно внедряться в производственную автоматику. Сейчас свыше 90 % из числа эксплуатируемых регуляторов (по оценке, например, [36], [37]) составляют ПИД-регуляторы. На российском рынке ПИД-регуляторы представлены продукцией фирм "ABB", "Foxboro", "Honeywell", "Toshiba", "Siemens", "Omron", "Контравт", "Овен", "Текон" и др.

4.2.1. Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон

Обычно в качестве информационной переменной в ПИД-законе принимается сигнал рассогласования $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ — отклонение регулируемой величины $y(t)$ от заданного воспроизводимого значения $g(t)$ в каждый момент времени $t_0 \leq \tau \leq t, t \rightarrow \infty$. Как следует из названия закона, он содержит пропорциональную составляющую от величины ошибки $k_{\text{П}}\varepsilon(t)$, интегральную

$k_{\text{и}} \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau) d\tau$ и дифференциальную $k_{\text{д}} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$, где $k_{\text{п}}, k_{\text{и}} = T_{\text{и}}^{-1}$, $k_{\text{д}} = T_{\text{д}}$ — коэффици-

циенты пропорциональности, интегрирования и дифференцирования соответственно. Коэффициент интегрирования $k_{\text{и}}$ обратно пропорционален постоянной времени интегрирования $T_{\text{и}}$, с (время *изодрома*¹ — от греч. "isos" — равный, одинаковый, подобный и "drómos" — бег (*устар.*)). Коэффициент, или постоянную времени дифференцирования ($k_{\text{д}} = T_{\text{д}}$, с), регулируют при его настройке скорости изменения сигнала рассогласования (ошибки регулирования). Таким образом, выходной сигнал ПИД-регулятора образован суммой трех составляющих:

$$\mu(t) = k_{\text{п}} \varepsilon(t) + \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau) d\tau + T_{\text{д}} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (4.1)$$

Применяя при нулевых начальных условиях к (4.1) преобразование Лапласа, запишем передаточную функцию ПИД-закона:

$$W(s) = \frac{\mu(s)}{\varepsilon(s)} = k_{\text{п}} + \frac{1}{T_{\text{и}}s} + T_{\text{д}}s. \quad (4.2)$$

В форме (4.2) ПИД-закон имеет независимо настраиваемые параметры. Но для распространенных частотных методов расчета по логарифмическим частотным характеристикам (ЛЧХ) эта форма не применима. По этой причине передаточная функция (4.2) используется в форме

$$W(s) = \frac{\mu(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}{T_{\text{и}}s}, \quad (4.3)$$

где между параметрами (4.2) и (4.3) нетрудно установить связь: $\tau = \sqrt{T_{\text{и}}T_{\text{д}}}$;

$\zeta = \frac{k_{\text{п}}T_{\text{и}}}{2\tau} = \frac{k_{\text{п}}}{2} \sqrt{\frac{T_{\text{и}}}{T_{\text{д}}}}$. По передаточной функции уже легко могут быть построены ЛЧХ. Однако параметры (4.3) $T_{\text{и}}$, τ , $T_{\text{д}}$ и $k_{\text{п}}$ стали *взаимозависимыми* настройками, что порождает определенные сложности для практических расчетов параметров закона в стандартной форме (4.2).

¹ Время *изодрома* — это то время, в течение которого регулирующий орган под действием интегральной составляющей закона регулирования перемещается на 1 % своего хода при предварительном пропорциональном перемещении его также на 1 %.

Для импульсных ПИД-регуляторов следует использовать рекуррентную форму записи идеального ПИД-закона (4.1), для чего непрерывные функции времени представляются в виде решетчатых функций в моменты времени $k\Delta t$, где $k = 0, 1, \dots$; Δt — период дискретизации непрерывной функции, выбираемый в согласии с теоремой Котельникова—Шеннона, вычисление производных заменяется на вычисления конечных разностей, операция интегрирования заменяется на суммирование. Тогда после несложных преобразований в дискретной форме ПИД-алгоритм вычисления сигнала на выходе регулятора для моментов времени $k\Delta t$ (полагая $\Delta t = 1$ (условной единице)) можно записать в виде

$$\mu(k\Delta t) = \mu_k = k_{\text{П}}\varepsilon_k + T_{\text{И}}^{-1} \sum_{i=0}^k \varepsilon_i + T_{\text{Д}}[\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}]. \quad (4.4)$$

Наконец, для программной реализации ПИД-алгоритма перепишем (4.4) в рекурсивной форме, предварительно введя приращения (конечные разности) $\Delta\mu_k = \mu_k - \mu_{k-1}$, $\Delta\varepsilon_k = \varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}$ и $\Delta\varepsilon_{k-1} = \varepsilon_{k-1} - \varepsilon_{k-2}$:

$$\mu_k = \mu_{k-1} + k_{\text{П}}(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + T_{\text{И}}^{-1}\varepsilon_k + T_{\text{Д}}(\varepsilon_k - 2\varepsilon_{k-1} + \varepsilon_{k-2}). \quad (4.5)$$

В рекурсивной форме (4.5) ПИД-алгоритм вычислений соответствует разностному уравнению 1-го порядка с правой частью 2-го порядка, как это видно и из передаточной функции (4.3). Для применения (4.5) необходима память на два периода дискретизации Δt . В то же время для реализации (4.3) требуется вычисление производных от сигналов низкого уровня $\varepsilon(t)$ вплоть до 2-го порядка, что, строго говоря, физически невозможно, а приближенно в производственных условиях при интенсивных помехах представляет непростую техническую задачу. В таком сравнении очевидно преимущество цифровой реализации ПИД-закона. Однако это верно для случаев, когда сигналы $\varepsilon(t)$ являются гладкими функциями, а помехи отсутствуют на периоде Δt . В ином случае рекурсивные вычисления по алгоритму (4.5) также могут стать, мягко говоря, малоэффективными. Поэтому "идеальные" реализации ПИД-закона как в аналоговом, так и в дискретном (цифровом) вариантах заменяют на приближенные, модифицированные, о чем в последующем пойдет речь.

4.2.2. Временные и частотные характеристики ПИД-закона

Рассмотрим их для того, чтобы оценить возможности ПИД-закона с точки зрения его функциональных возможностей как регулятора.

Временная характеристика — переходная функция $\mu(t)$ — как реакция на единичный ступенчатый сигнал входа $\varepsilon(t) = 1[t]$ строится непосредственно по формуле (4.1) вследствие простоты вычислений (рис. 4.9, а):

$$\mu(t) = k_{\Pi} 1[t] + T_{\text{И}}^{-1} t + T_{\text{Д}} \delta(t),$$

где $\delta(t)$ есть δ -функция.

Для построения амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) (рис. 4.9, б) используем передаточную функцию в форме (4.3), где сделаем подстановку $s = j\omega$, после чего запишем (4.3) в комплексной форме:

$$W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 T_{\text{И}} T_{\text{Д}} + j\omega k_{\Pi} T_{\text{И}}}{j\omega T_{\text{И}}} = k_{\Pi} + j \frac{\omega^2 T_{\text{И}} T_{\text{Д}} - 1}{\omega T_{\text{И}}} = \frac{\omega k_{\Pi} T_{\text{И}} + j(\omega^2 T_{\text{И}} T_{\text{Д}} - 1)}{\omega T_{\text{И}}}.$$

Годограф АФЧХ проходит с изменением круговой частоты $0 \leq \omega \leq \infty$ параллельно мнимой оси плоскости $W(j\omega)$ и пересекает вещественную ось на частоте $\omega = (\sqrt{T_{\text{И}} T_{\text{Д}}})^{-1}$ в точке оси k_{Π} .

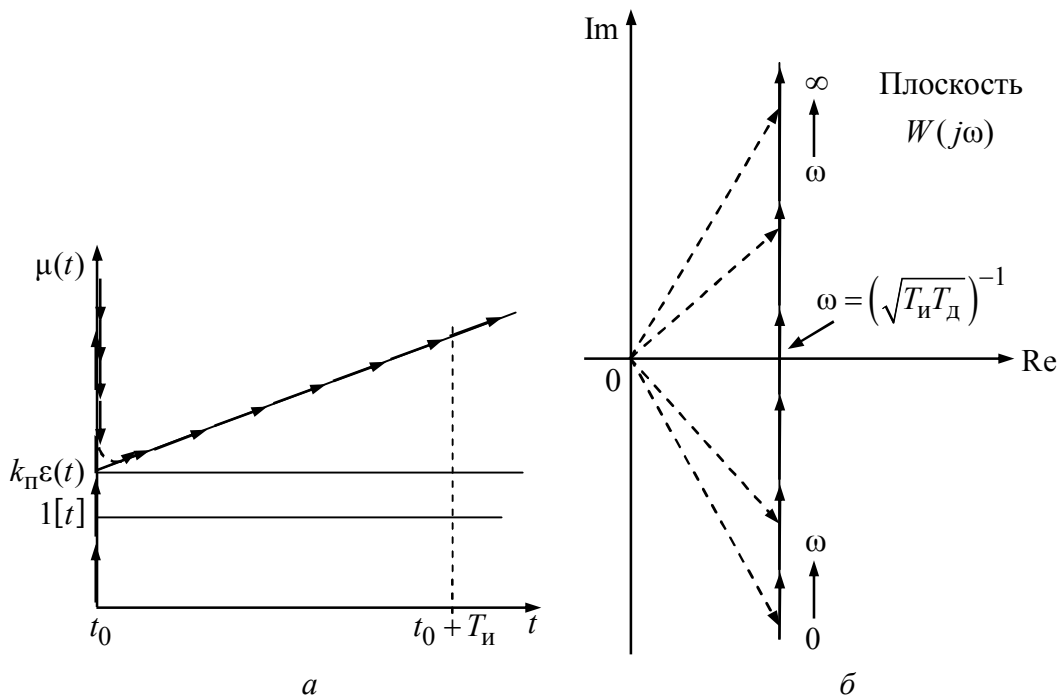


Рис. 4.9

Асимптотические логарифмические частотные характеристики строятся по приведенной частотной передаточной функции $W(j\omega)$ в соответствии со следующими соотношениями:

$$L(\omega) = 20 \lg \text{mod} W(j\omega) = -20 \lg \omega T_{\text{И}} + 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T_{\text{И}} T_{\text{Д}})^2 + \omega^2 (k_{\Pi} T_{\text{И}})^2};$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\omega^2 T_{\text{и}} T_{\text{д}} - 1}{\omega k_{\text{п}} T_{\text{и}}}$$

Ряд ЛЧХ приведен на рис. 4.10¹. Свойства ПИД-закона изменяются с изменением частоты — речь идет об изменении фазовой и амплитудной характеристик в существенной полосе частот в зависимости от изменения параметров закона — $k_{\text{п}}, T_{\text{и}}, T_{\text{д}}$, при том, что эти зависимости взаимосвязаны: изменение одного параметра влияет на ЛЧХ в целом, что можно увидеть на приводимом примере на рис. 4.10. В то же время по передаточной функции "идеального" ПИД-регулятора на содержательном уровне можно сделать вывод о роли каждой составляющей ПИД-закона.

Пропорциональная составляющая оказывает влияние на величину статической ошибки, ненулевой в задаче стабилизации в отсутствие И-составляющей закона. Увеличение коэффициента $k_{\text{п}}$ приводит к расширению полосы пропускания системы, уменьшению статической ошибки, увеличению быстродействия, но в то же время все это ограничено потерей устойчивости, которую можно сохранить за счет введения Д-составляющей, что и делается с применением ПД-закона.

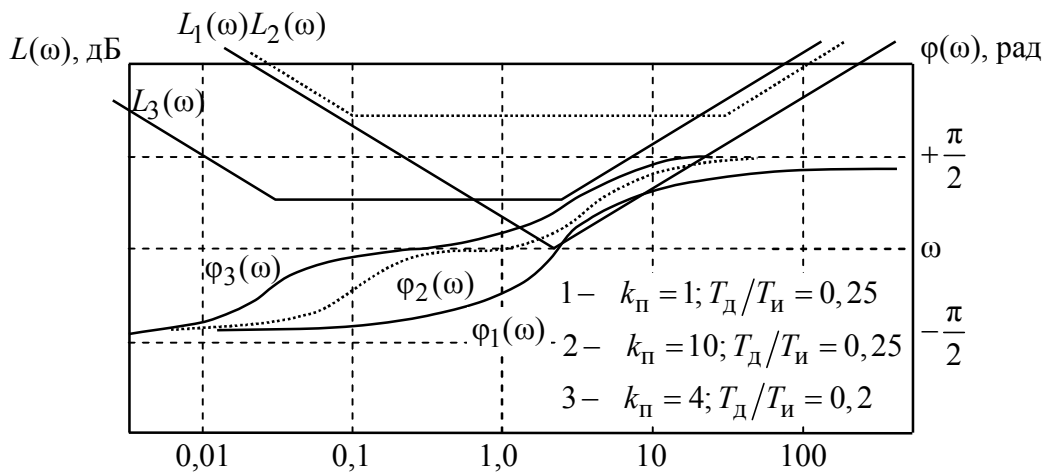


Рис. 4.10

Интегральная составляющая ПИД-закона теоретически позволяет получать нулевые статические ошибки в задачах стабилизации и малые при входах в системы, отличных от ступенчатых функций. Как следует из рис. 4.10, интегральная составляющая формирует среднечастотную полосу в районе частоты среза разомкнутой системы и снижает запас устойчивости по фазе из-за начального фазового сдвига $-\pi/2$. Последнее приводит к необходимости

¹ Изображения асимптотических ЛЧХ ПИД-закона приближенно соответствуют точным их изображениям с сохранением качественных свойств.

снижать общий коэффициент передачи контура регулирования, тем самым сужать полосу пропускания, что приводит к сдвигу частоты среза в сторону меньших значений, уменьшая быстродействие системы. В системах стабилизации, где главная задача состоит в компенсации влияния возмущений на объект, а быстродействие воспроизведения заданного значения не столь важно, ПИ-закон оказывается вполне приемлемым для построения систем стабилизации. Однако, если объект содержит запаздывание, а качество воспроизведения задающих воздействий также существенно, например, в задачах программного регулирования в промышленных системах, управляемых приводах, то для уменьшения влияния запаздывания и повышения качественных характеристик отработки задающих воздействий становится необходимым введение Д-составляющей, т. е. становится целесообразным использовать ПИД-закон, а в отдельных случаях ПИД-закон с дополнительным дифференцированием — ПИДД-закон. Но и здесь есть ограничения на введение дифференциальных составляющих. Во-первых, встает проблема помехоустойчивости, особенно в производственных условиях, где интенсивность электромагнитных полей высокая. Во-вторых, выбор постоянной времени дифференцирования T_d ограничен выбором постоянной времени интегрирования T_i . Из анализа числителя передаточной функции ПИД-закона следует, что при $T_d \geq 0,25k_{\Pi}T_i$ появляются комплексные нули и ПИД-регулятор становится источником дополнительных вынужденных колебаний. На рис. 4.10 этому соответствуют ЛЧХ с индексом "1", где при $k_{\Pi} = 1$ выбрано $T_d / T_i = 0,25$. Поэтому значение постоянной T_d ограничено выбираемыми из других соображений постоянной времени T_i и коэффициентом пропорциональности k_{Π} , выбор которых, в свою очередь, также неоднозначен. Из приведенных рассуждений следует, что выбор настроек ПИД-закона под конкретный типовой объект оказывается нетривиальной задачей, имеющей множество решений.

4.2.3. Модифицированные ПИД-законы

Использование микропроцессорной техники в регуляторостроении расширило возможности реализации не только "идеального" ПИД-закона, но и его модифицированных вариантов. Необходимость в модификации обусловлена проблемой преобразования сигналов малого уровня, каковыми являются сигналы рассогласования (ошибки) $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$. Целесообразнее использовать в качестве входов регулятора сигналы высокого уровня $g(t), y(t)$. По-

мимо этого функцию вычисления "чистых" производных в "идеальном" ПИД-законе можно заменить с достаточной для практики точностью физически реализуемыми дифференцирующими устройствами. Рекурсивные вычисления в цифровых ПИД-регуляторах по (4.5) являются по сути приближением, т. е. модификацией идеального ПИД-закона.

Ниже приводятся другие модификации "реального" ПИД-закона, отвечающие на сформулированную критику идеального ПИД-закона.

Особенностью приводимых модификаций является ограниченная полоса частот, в пределах которой частотные характеристики модификаций с достаточной точностью совпадают с частотными характеристиками идеального ПИД-закона. Диапазон частот полосы соответствует существенной полосе частот типовой модели апериодического объекта с запаздыванием¹.

Функции выхода некоторых примеров модифицированных ПИД-законов имеют вид

$$\mu(s) = k_{\Pi} \left(1 + \frac{1}{T_{\text{И}} s} \right) \left(\frac{1 + T_{\text{Д}} s}{1 + T_{\text{Ф}} s} \right) \varepsilon(s); \quad (4.6)$$

$$\mu(s) = k_{\Pi} \left(1 + \frac{1}{T_{\text{И}} s} \right) \left[g(s) - \left(\frac{1 + T_{\text{Д}} s}{1 + T_{\text{Ф}} s} \right) y(s) \right]; \quad (4.6a)$$

$$\mu(s) = k_{\Pi} \left(1 + \frac{1}{T_{\text{И}} s} \right) \varepsilon(s) - \left(\frac{T_{\text{Д}} s}{1 + T_{\text{Ф}} s} \right) y(s). \quad (4.6б)$$

В (4.6) помимо принятых ранее обозначений введен параметр $T_{\text{Ф}} \approx 0,1T_{\text{Д}}$ — постоянная времени физически реализуемых ПД- и Д-звеньев. Особенностью модификации (4.6a) является использование на входах регулятора сигналов высокого уровня $g(t)$, $y(t)$, что существенно снижает уровень влияния помех.

Сравним ЛЧХ "идеального" и модифицированного ПИД-законов для (4.6). ЛЧХ модифицированного ПИД-закона строятся по следующим соотношениям:

$$L(\omega) = -20 \lg \omega T_{\text{И}} - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_{\text{Ф}}^2} + 20 \lg k_{\Pi} + 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_{\text{И}}^2} + 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_{\text{Д}}^2};$$

¹ В работе Кауа А., Scheib Т. J. Tjuning of PID controls of different structures // Control Engineering. 1988. Vol. 35. № 7. P. 62—65 приводятся результаты численного анализа приведенных ниже модификаций ПИД-законов с использованием интегральных критериев $\int_0^{\infty} \varepsilon^2 dt$ (ISE-критерий), $\int_0^{\infty} |\varepsilon| dt$ (IAE-критерий) и $\int_0^{\infty} t |\varepsilon| dt$ (ITAE-критерий). Сравнительный анализ идеального и модифицированных законов показал эффективность последних.

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg\omega T_{\phi} + \arctg\omega T_{\text{и}} + \arctg\omega T_{\text{д}}.$$

На рис. 4.11 ЛЧХ построены для случая $T_{\text{и}} > T_{\text{д}} \gg T_{\phi}$; $T_{\text{д}} < 0,4T_{\text{и}}$. ЛЧХ $L_1(\omega)$, $\varphi_1(\omega)$ (сплошные линии) построены для "идеального" ПИД-закона. Пунктирными линиями при тех же параметрах изображены ЛЧХ $L_2(\omega)$, $\varphi_2(\omega)$ для модифицированного ПИД-закона. В области низких частот характеристики обоих законов практически совпадают. Различия возникают в диапазоне средних частот и в наибольшей степени в области высоких частот. Преимущество модифицированного закона состоит в его физической реализуемости, отсутствии связи между выбором постоянных времени интегрирования $T_{\text{и}}$ и дифференцирования $T_{\text{д}}$.

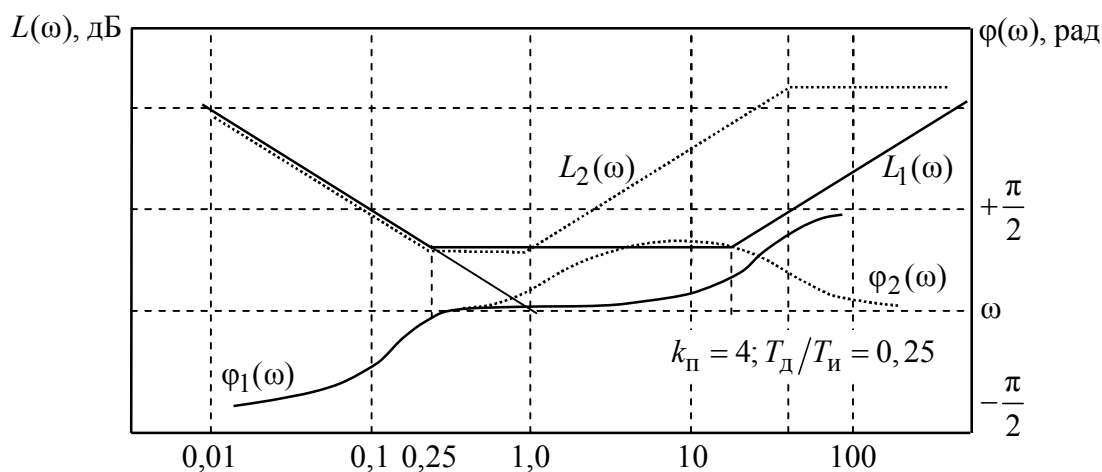


Рис. 4.11

Степень близости "идеального" и модифицированного ПИД-законов отчетливее видна, если записать (4.6) в форме

$$u^*(s) = \frac{k_{\text{п}}}{1 + T_{\phi}s} \left(1 + \alpha + \frac{1}{T_{\text{и}}s} + T_{\text{д}}s \right) \varepsilon(s) = \frac{k_{\text{п}}}{1 + T_{\phi}s} W^*(s) \varepsilon(s), \quad \alpha = \frac{T_{\text{д}}}{T_{\text{и}}} \leq 0,25.$$

На входе "почти" идеального ПИД-регулятора включен фильтр высоких частот (гасит амплитуду сигналов с частотой выше T_{ϕ}^{-1}).

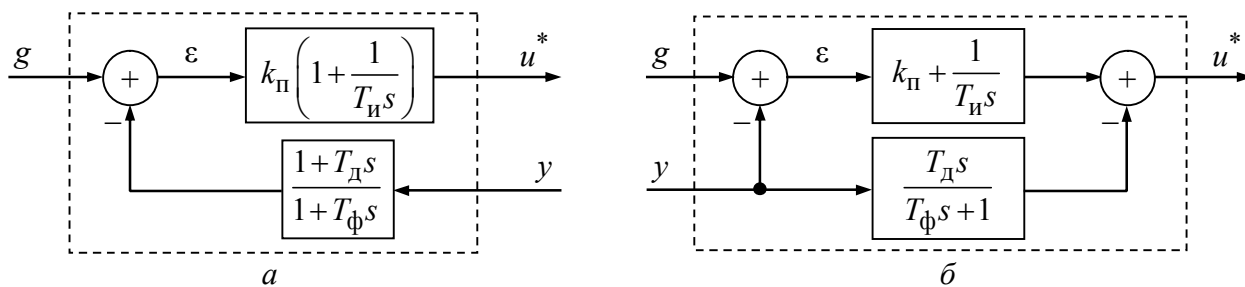


Рис. 4.12

О свойствах модификаций (4.6а) и (4.6б) можно сделать вывод, если проанализировать соответствующие им структурные схемы на рис. 4.12, а, б. Анализ модифицированной структуры ПИД-закона в замкнутой схеме с объектом $W_0(s)$ показывает, что в области низких частот (ниже частоты среза ω_c) она подобна структуре системы с ПИ-законом регулирования. В области частот выше структура подобна структуре с ПИД-регулятором. Отметим, что при этом в схеме отсутствуют идеальные дифференцирующие звенья и входами в схему регулятора являются унифицированные сигналы задающего устройства $g(t)$ и сигнал с выхода измерительного преобразователя $y(t)$. Подобными же свойствами обладает и структура системы с модифицированным ПИД-регулятором на схеме б рис. 4.12.

4.2.4. О критериях и методах настройки ПИД-регуляторов

Настройка ПИД-регулятора на объект, как об этом говорилось выше, представляет даже для одномерного объекта непростую задачу, которая часто сродни искусству. После того, как настройка выполнена, возникает вопрос: оптимальна ли она и нельзя ли ее улучшить? Существует множество "ручных" методов, включая *аналитические* с привлечением математических моделей объектов и их характеристик, и *экспериментальных*¹. И те, и другие — трудоемки, требуют много времени и высокой квалификации специалиста по наладке автоматических систем. Вторая группа методов основана на компьютерной оптимизации по разного вида интегральным критериям и требует использования не менее дорогостоящих программных средств², хотя обладает гибкостью, возможностью анализа результатов оптимизации, например, на грубость результатов настройки.

Объем и направленность учебного пособия не оставляют возможности рассмотреть и обосновать хотя бы один из множества методов и методик настройки ПИД-регулятора. Для этого следует обратиться к специальной литературе по наладке систем автоматического регулирования с типовыми законами и типовыми моделями объектов, например, к фундаментальному руководству [34] или к многочисленным рекомендациям на сайтах Интернета по настройке ПИД-регуляторов. Здесь мы рассмотрим наиболее часто используемые критерии настройки, их свойства и применение для выбора параметров регулятора.

¹ www.cta.ru/cms/f/374303.pdf.

² Например, пакет Process Plusa фирмы "IBM" (1988) и его производные.

Проблема настройки типовых регуляторов, главным образом ПИ- и ПИД-регуляторов, — частный случай общей проблемы синтеза автоматических систем регулирования с заданными показателями качества, являющейся, в свою очередь, одним из разделов теории управления. Для изучения этой проблемы в целом рекомендуется обратиться к многочисленным учебникам и учебным пособиям. Наиболее полное изложение основных понятий о качестве регулирования и соответствующих критериях (в зависимости от целей) можно найти в [21].

Весь спектр оценок качества систем автоматического регулирования принято делить на прямые и косвенные.

Прямые оценки основываются на непосредственных характеристиках переходных и установившихся процессов. К ним относятся хорошо известные время регулирования $t_{\text{рег}}$ с заданной погрешностью и перерегулирование σ ; статическая или установившаяся ошибка регулирования ε_{∞} ; переходная ошибка $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ воспроизведения заданной функции $g(t)$ на выходе системы $y(t)$; период затухающих колебаний и время нарастания $t_{\text{н}}$ выходной переменной от 10 до 90 % от своего установившегося значения; коэффициент затухания ζ колебательного переходного процесса как отношение амплитуды b второй положительной полуволны к амплитуде a второй положительной полуволны. Проблема использования для настройки регулятора на основе прямых показателей качества состоит в невозможности получить аналитические расчетные соотношения между этими оценками и параметрами настройки регуляторов. Существующие графоаналитические методы расчета с использованием прямых оценок дополняются на практике ручной подстройкой для улучшения качества процессов в системе.

Примером расчета настроек регуляторов на основе прямых показателей качества может служить одна из первых методик расчета параметров ПИД-регулятора на основе коэффициента затухания $\zeta = b/a$, разработанных американцами Дж. Зиглером и Н. Никольсом¹. Ее недостаток состоит в самой постановке задачи настройки ПИД-регулятора: переходные процессы постулируются изначально колебательными с ненулевым коэффициентом затухания ζ , принимаемым обычно при расчете $\zeta = 0,25$. Методика Зиглера—Никольса для объекта 2-го порядка основана на аппроксимации его переход-

¹ Ziegler J. G., Nichols N. B. Optimum setting for automatic controllers // Trans. ASME. 1942. Vol. 64. P. 759—768.

ной характеристики экспонентой $ke^{-\tau_3 s} / Ts + 1$ и использовании двух числовых параметров a и τ_3 (рис. 4.13). Для ПИД-закона по методике Зиглера—Никольса для объекта с переходной характеристикой, изображенной на рис. 4.13, постоянными времени $T_1 = T_2 = 1$ с параметры $a = 0,135$ и $\tau_3 = 0,135$ с — параметры настройки ПИД-закона, обеспечивающие затухание $\zeta = 0,25$, — равны¹: $k_{\Pi} = 8,9$; $T_{\text{и}} \simeq 0,0136$ с; $T_{\text{д}} \simeq 0,0076$. Однако переходный процесс, как показывает практика, весьма далек от оптимального, отличается колебательностью (более 4-х полувольт).

Вторым известным недостатком методики Зиглера—Никольса является малый запас устойчивости, что делает результат выбора параметров настройки негрубым при вполне реальных отклонениях параметров объекта от расчетных в процессе эксплуатации. Приведенный пример использования прямой оценки ζ в разной степени иллюстрирует тот факт, что расчеты, основанные на использовании прямых оценок, нуждаются в "доводке" ручными, экспериментальными методами, однако, базирующимися на знании теории автоматического регулирования.

Косвенные оценки качества определяются не по временным характеристикам процессов в системе, а по передаточным функциям, частотным характеристикам, по распределению корней, запасам устойчивости и т. п. Ценой такого оценивания качества является априорное отсутствие связи косвенных оценок с реальными прямыми показателями качества, что, в конечном итоге, является главным в оценке работы автоматической системы.

Остановимся кратко на использовании таких косвенных оценок качества для расчета параметров настройки ПИД-закона, как *интегральные оценки*. Они имеют ряд привлекательных достоинств для расчета параметров регуляторов вообще и ПИД-регуляторов в частности. Их эффективность проявляется в объективном сравнении по-разному настроенных систем: лучшей считается та, для которой интегральная оценка является наименьшей.

Интегральные оценки характеризуют энергозатраты в системе регулирования и оптимум *состояния* системы или, иначе, *режима работы*, достигаются настройкой регулятора объекта, при которой интегральная оценка минимальна.

Важной особенностью расчета по интегральным оценкам является учет влияния параметров левой и правой частей дифференциальных уравнений,

¹ Используются данные, приведенные для этого объекта в [34].

которыми описывается объект. Этим свойством не обладают корневые методы, например, некоторые частотные методы расчета (в частности, по показателю колебательности).

Для расчета параметров настройки ПИД-закона для типовых моделей объекта получили распространение (в разной степени) следующие интегральные оценки:

1. Интегральная оценка ошибки¹:

$$J = J(\varepsilon) = \int_0^{\infty} \varepsilon(t) dt = \int_0^{\infty} (g(t) - y(t)) dt.$$

2. Интегральная квадратичная оценка ошибки (ISE-критерий):

$$J_0 = J(\varepsilon^2) = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt = \int_0^{\infty} (g(t) - y(t))^2 dt.$$

3. Интегральная оценка абсолютной ошибки (IAE-критерий):

$$J_1 = J(\varepsilon) = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt.$$

4. Интегральная оценка произведения абсолютной ошибки и времени (ITAЕ-критерий):

$$J_2 = J(\varepsilon) = \int_0^{t_x} t |\varepsilon(t)| dt,$$

где время $t_x < \infty$ — время затухания переходных процессов.

Интегральную оценку J достаточно просто можно выразить через параметры объекта и регулятора (для линейных моделей), она легко вычисляется и минимизируется. Однако ее применение ограничено заведомо монотонными переходными процессами, что не всегда выполняется [21].

Интегральная квадратичная оценка J_0 является одной из наиболее распространенных косвенных оценок качества². Она довольно просто вычисляется, а ее минимум позволяет определить варьируемые параметры, в нашем случае — параметры регулятора.

Однако качество оптимальных в смысле $\min J_0$ процессов заметно ниже оптимальных в смысле минимума интегральных оценок J_1, J_2 . Кроме того оценка по $\min J_0$ может привести к настройке параметров ПИД-закона, при

¹ Предложена акад. В. С. Кулебакиным в 1940 г.

² Идея применения оценки принадлежит акад. Л. И. Мандельштаму и Н. Д. Папалекси (1909).

которых запасы устойчивости недостаточны для того, чтобы обеспечить работоспособность системы регулирования при изменениях параметров объекта относительно расчетных, т. е. система оказывается не грубой.

Интегральные оценки J_1 и J_2 в принципе обеспечивают более высокое качество настройки ПИД-регулятора, в результате чего снижается колебательность переходных процессов и время затухания ошибки. Известно, что величина оценки J_1 обратно пропорциональна количеству энергии, необходимой для восстановления заданного значения регулируемой переменной компенсации влияния возмущений на объект, т. е. чем меньше значение IAE, тем меньше затрат энергии для компенсации.

Недостатком оценок J_1 и J_2 можно считать бóльшую вычислительную трудоемкость, так как, например, интеграл J_1 вычисляется в редких случаях. Тем не менее численные методы оптимизации с применением специализированных пакетов (вроде упомянутого выше пакета Process Plusa фирмы "IBM") распространяются все больше, так как имеют для этого достаточно преимуществ:

1) не требуют упрощения исходно нелинейных объектов до уровня типовых линейных моделей, что обеспечивает адекватность расчетных данных практическим результатам;

2) кроме получаемых оптимальных в смысле принятого интегрального критерия параметров настройки регулятора осуществляется анализ влияния реальных ограничений на условия работы объекта и анализ его изменяющихся со временем свойств, что обеспечивает грубость систем автоматического регулирования в процессе эксплуатации.

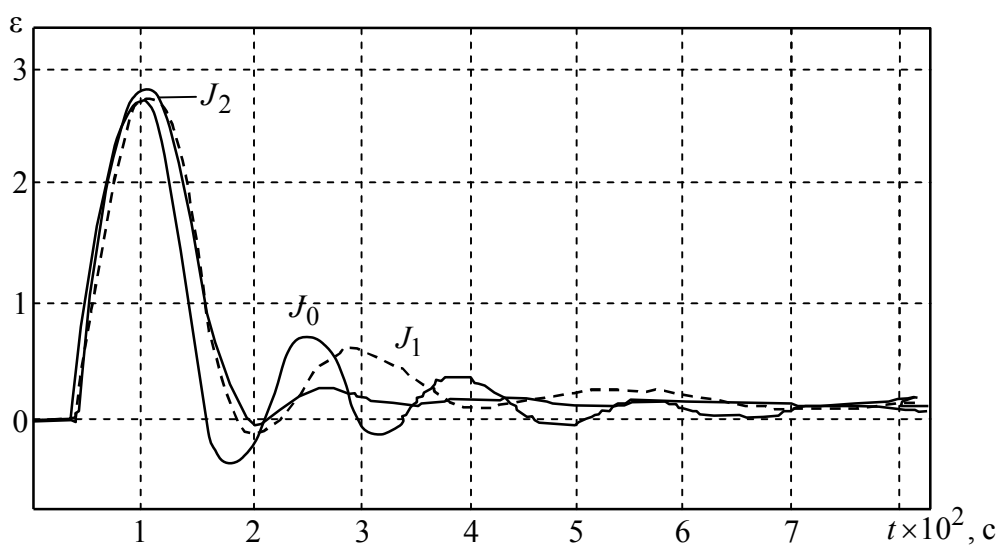


Рис. 4.14

Но нельзя не отметить и проблемы использования численных методов оптимизации. Среди них:

1) повышенный уровень квалификации специалиста по настройке и запуску автоматических систем, требующий специальной математической подготовки, технического и программного обеспечения, что приводит к значительным материальным затратам;

2) существование серьезных математических и вычислительных проблем в методах численного анализа оптимизационных задач.

Остановимся на этом и в заключение приведем для примера результаты сравнительных испытаний качества процессов с применением интегральных оценок J_0 , J_1 и J_2 в системе с ПИ-регулятором и инерционным объектом с запаздыванием $ke^{-\tau_э s}/T_0s + 1$, где параметры $k = 1$, $T = 100$ с, $\tau_э = 30$ с. Приведем следующие данные эксперимента¹. При настройке на $\min J_0$ параметры настройки $k_{\text{П}} = 3,74$, $T_{\text{И}} = 93,64$ с; из условия $\min J_1$ получены $k_{\text{П}} = 2,93$, $T_{\text{И}} = 80,11$ с; из условия $\min J_2$ получены $k_{\text{П}} = 2,56$, $T_{\text{И}} = 73,27$ с. Графики ошибок $\varepsilon(t)$ приведены на рис. 4.14.

4.2.5. Автоматическая настройка и адаптация

В последние годы в качестве альтернативы рассмотренным направлениям настройки промышленных типовых регуляторов на объект выдвигаются идеи *адаптации* в системах регулирования и управления. Понимаемая в узком смысле адаптация подразумевает подстройку в реальном времени параметров регулятора на основе дополнительной информации, для чего функциональная структура первоначальной, неадаптивной системы дополняется соответствующими техническими и программными средствами. В 3.7 в самом общем виде мы ознакомились с главными идеями адаптивного управления настоящего времени: это адаптация с *идентификацией* объекта или его конкретных характеристик, коррекция параметров настройки регулятора и *прямое* адаптивное управление без идентификации, осуществляющее текущую в реальном времени оптимизацию путем перенастройки тех же параметров регулятора или путем изменения самого алгоритма регулирования.

Реализации методов и алгоритмов адаптации, конкретно адаптивной настройке параметров ПИД-закона в последние годы уже этого века посвящено

¹ Данные получены в НПО "Техноконт" (см. Промышленные АСУ и контроллеры. 2005. № 05. С. 56—57).

немалое число публикаций. В частности, обширная зарубежная библиография по адаптивным ПИД-регуляторам приводится в [37]. Объем учебного пособия не позволяет сделать более или менее содержательный анализ состояния рассматриваемой темы, поэтому ограничим себя некоторыми характерными примерами реализации адаптивных ПИД-регуляторов, для того чтобы составить какое-то представление о предмете.

Попытки создать адаптивный ПИД-регулятор предпринимались еще в 60-е гг. прошлого столетия. Но это и до настоящего времени остается нерешенной проблемой, причиной чего является сложившаяся к настоящему времени концепция и методы адаптации в динамических системах, к числу которых относятся и промышленные системы, где в наибольшей степени используются ПИ- и ПИД-регуляторы. Анализ этой проблемы содержится в работе [38], к которой мы и отсылаем читателя.

Адаптивные ПИ- и ПИД-регуляторы для управления технологическими процессами рассматриваются в [36], [39]. Их алгоритмы базируются на идентификации объекта управления.

Можно отметить опыт конструирования адаптивных цифровых ПИД-регуляторов с *пробным гармоническим сигналом* для управления технологическими процессами с дрейфующими во времени характеристиками¹. Это пример построения адаптивных систем с поисковыми сигналами, известный еще с 60-х гг. прошлого столетия. Применение пробных воздействий может быть эффективным средством получения дополнительной информации, необходимой для целенаправленной подстройки параметров ПИД-закона, но оно ограничено условиями эксплуатации объектов: допустимостью и возможностью введения пробных воздействий, влиянием случайных возмущений.

Алгоритм *конечно-частотной идентификации* и алгоритм адаптации на базе промышленного контроллера WinCon W-8341 положен в основу конструирования так называемого "частотного адаптивного регулятора ЧАР-ПИД-1", реализованного на промышленном контроллере WinCon W-8341 в виде программы на языке C#². Предполагается, что коэффициенты объекта неизвестны и могут изменяться через некоторые промежутки времени и на объект действует внешнее возмущение, которое является неизвестной функцией. Объект компьютерного эксперимента авторов — типовая модель 1-го порядка с запаздыванием.

¹ См. ж. Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 7.

² www.albalex.narod.ru/33sem09.pdf.

Особенностью адаптивного ПИД-регулятора, как и в предыдущем примере, является включение в состав функциональных блоков регулятора генератора испытательного сигнала, формирующего сумму гармоник следующего вида $v(t) = \rho_1 \sin \omega_1 t + \rho_2 \sin \omega_2 t$, где ρ_i , ω_i — амплитуды и частоты ($i = 1, 2$) испытательного сигнала, настраиваемые в процессе адаптации. Амплитуды ρ_i настраиваются так, чтобы коэффициент влияния испытательного сигнала $v(t)$ не превышал некоторого значения или испытательный сигнал оказывал малое влияние на ошибку системы регулирования.

Приведенные примеры (а также множество других) свидетельствуют о том, что поиск решения проблемы адаптации ПИД-закона при возмущениях параметров объекта и возмущениях внешней среды продолжается, а сами примеры являются частным решением проблемы адаптивной настройки параметров в конкретных условиях и для конкретной модели объекта, что принципиально отличает их от обычных ПИ- и ПИД-регуляторов.

Тем не менее в рекламных проспектах фирм-изготовителей современных технических средств регулирования и управления поставляемые потребителям регуляторы или программные средства позиционируются как адаптивные, реализующие функцию автонастройки параметров ПИД-регуляторов. В качестве пример приведем:

1) микропроцессорные контроллеры (измерители-регуляторы) МТ-20 компании "Promsat" (Украина)¹, в которых осуществляется автоматическое определение коэффициентов ПИД-регулятора (функция автонастройки);

2) модули автоматического регулирования FM 355/FM 455 в составе программируемых контроллеров SIMATIC S7-300/S7-400 и станций распределенного ввода/вывода SIMATIC ET 200M фирмы "Siemens" для широкого класса промышленных объектов². Имеется возможность использования для настройки готовых структур (своего рода функциональная адаптация):

- регулятора с фиксированным заданием;
- систем каскадного регулирования;
- регуляторов соотношения;
- регуляторов смешивания;
- трехкомпонентного регулирования;
- самонастраивающегося ПИД-регулятора температуры.

¹ www.promsat.com/page/1549/.

² www.siemens.ru/iadt__.

В обоих случаях отсутствует информация об используемом методе самонастройки (адаптации) регулятора.

Заслуживает внимания технология адаптивного управления в составе системы TRACE MODE¹ (Россия). В настоящее время в TRACE MODE 5 предлагается шесть новых алгоритмов адаптивного цифрового управления, реализованных в виде следующих блоков:

- адаптивное регулирование APID;
- адаптивное регулирование APDD;
- идентификация объекта (IDNT);
- модальный регулятор (MREG);
- настройка ПИД-закона по параметрам объекта (CALC);
- настройка ПИД-закона по скачку задания (RJMP).

Эти блоки ориентированы в основном на управление стационарными технологическими процессами. В то же время значительное число объектов управления обладает непостоянными (дрейфующими) во времени параметрами. Такие объекты требуют использования адаптивных регуляторов, позволяющих осуществлять непрерывную подстройку своих параметров, оптимальных по выбранному критерию качества, под изменяющиеся характеристики объекта.

Варианты так называемых *адаптивно-оптимальных* систем цифрового управления нестационарными объектами предполагается реализовать в новых релизах интегрированной SCADA- и Softlogic-системы TRACE MODE. В частности, один из модулей, входящих в TRACE MODE 5, — это модуль автонастройки ПИД-регулятора с пробным гармоническим сигналом APID. Однако, по мнению авторов этой разработки, применение этого адаптивного модуля ограничено случаями разовой или периодической автоподстройки ПИД-регулятора.

Альтернативой адаптивным ПИ- и ПИД-регуляторам может служить так называемое *табличное управление* [36]. Его достоинством (в принципе) считается возможность применить это способ не только для адаптивного управления

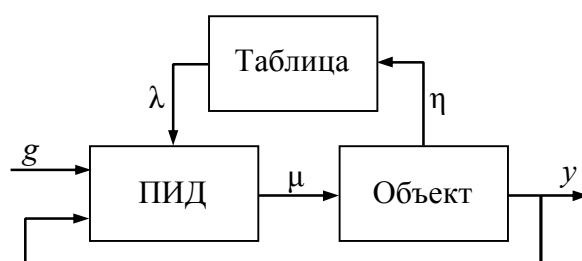


Рис. 4.15

линейными объектами, но и для управления нелинейными объектами при необходимости корректировать параметры регулятора. Суть табличного управления можно проиллюстрировать на рис. 4.15, где блок "Таблица" содержит заранее заданные параметры регулятора для всех допустимых режи-

¹ www.adastra.ru/reports/expo7/Mazurov.htm.

мов работы объекта. Но для этого необходимо, чтобы этот блок измерял некую величину $\eta = \eta(g, y, \mu, \lambda)$, характеризующую тот или иной режим. Такая "простая" идея соответствует известному методу *программной самонастройки* в теории адаптивных систем. Очевидно, что составление такой программы идентификации состояний объекта потребует немалых интеллектуальных и материальных затрат, исключая простейшие случаи.

4.3. Типовые системы промышленной автоматике

Несмотря на необозримое множество технологий и автоматизируемых объектов в промышленном производстве и технике оказывается возможным ввести и использовать не только типовые математические модели объектов, типовые законы регулирования, но и установить ряд *типовых задач* автоматизации в производстве, предусмотреть их алгоритмическое, техническое и программное обеспечение в выпускаемых программных и технических комплексах. Примером такого комплекса могут служить упомянутые выше модули автоматического регулирования FM 355/FM 455 с набором конфигурируемых средств для систем стабилизации, каскадного регулирования, регулирования соотношения двух и более регулируемых величин и других структур. Далее рассмотрим некоторые из них.

4.3.1. Прецизионные системы стабилизации

Прецизионные, или *высокоточные*, системы автоматического регулирования осуществляют воспроизведение входного воздействия на выходе объекта с *предельно* возможной погрешностью как в переходных, так и в установившемся состояниях. Предельно возможная точность достигается тремя путями.

Первый — использование высокоточных измерительных преобразователей регулируемой величины с выхода объекта. В этом случае достижимая точность в виде ошибки регулирования определяется порогом чувствительности датчика и его погрешностями (см. 4.1).

Второй путь — выбор соответствующего цели регулирования принципа построения структуры системы регулирования (см. гл. 3). В этом случае можно достигнуть минимальных переходных и установившихся значений ошибки регулирования $\varepsilon(t)$, понимаемой как разность между заданными значениями входа $g(t)$ и регулируемой величиной $y(t)$.

Третий путь предполагает использование высококачественной элементной базы (помимо измерительных преобразователей): электронной схемотех-

ники, исполнительных силовых устройств, кинематических механизмов с минимально возможными зонами нечувствительности, отсутствием нелинейностей типа люфт, трения и т. д.

Одновременное использование всех перечисленных путей реализации высокоточных систем автоматического регулирования в ЛСУ приводит к существенному удорожанию системы и применяется в крайнем случае. Примеры прецизионных систем по точности можно найти в оптикомеханических системах, при построении линейных прецизионных электроприводов в точных технологических установках для производства микросхемотехники, в системах прецизионной стабилизации скорости вращения, температуры и других физических параметров, также они используются для прецизионной стабилизации скорости проката стана в металлургии и во многих других задачах. Ниже рассматривается один сравнительно простой способ достижения предельной точности стабилизации регулируемой величины, ограниченной порогом чувствительности датчика. Способ известен в технике регулирования как *метод подавления (смещения) нуля* в зоне линейности статической характеристики системы.

Техническая идея способа иллюстрируется на рис. 4.16. Нормирующий преобразователь в обратной связи содержит два каскада усиления НП₁ и НП₂. Вход второго каскада НП₂ построен по дифференциальной схеме, так что сигнал $\tilde{y}_{НП_1} = y_{НП_1} - y_{см}$, где сигнал смещения $y_{см}$ подается от стабилизированного источника питания СИП. Входом первого каскада НП₁ является сигнал y_d от датчика Д регулируемой величины x , воспроизведение которой с предельно возможной точностью является целью системы регулирования, фрагмент которой и изображен на рис. 4.16.

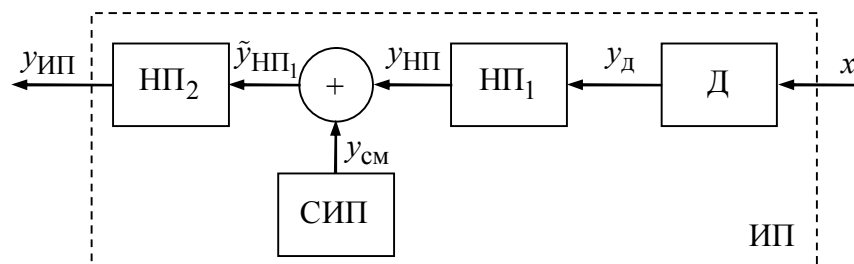


Рис. 4.16

Принцип работы схемы следует из рис. 4.17. На схеме изображены линеаризованные статические характеристики нормирующего преобразователя НП в обычном режиме с общим коэффициентом передачи k_1 . Максимальное значение выходного сигнала измерительного преобразователя ИП $y_{ИП}^*$ при

коэффициенте k_1 ограничивает зону линейности ИП сигналом с выхода датчика $y_{дmax}^*$. Датчик имеет порог чувствительности относительно номинального значения регулируемой величины $y_{дnom}$, приведенного к выходу каскада НП₁ в пределах $2\delta_{п1}$, что соответствует минимальной величине зоны нечувствительности ИП, равной 2Δ . При выполнении условий, перечисленных выше для построения прецизионных систем регулирования, значение 2Δ соответствовало бы минимально возможному значению диапазона установившейся ошибки регулирования ε_{∞} относительно стабилизируемого значения $y_{ИПnom} \sim x$.

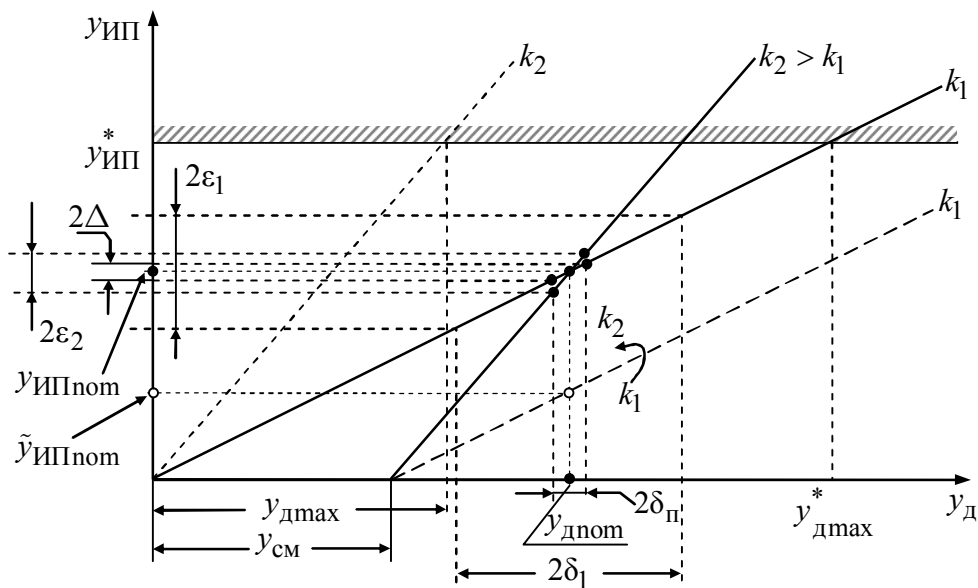


Рис. 4.17

При невыполнении этих условий эквивалентная зона нечувствительности может быть значительно бóльшей, например, из-за зоны нечувствительности исполнительного устройства (двигателя с кинематическим механизмом) и равной любой величине в пределах значения $2\varepsilon_1$, соответствующего зоне нечувствительности системы регулирования к изменениям сигнала с выхода датчика в диапазоне $2\delta_1 \gg 2\delta_{п1}$. Чтобы найти компромисс между минимально возможной ошибкой регулирования $\varepsilon_{min} \equiv \pm\Delta$ при сохранении значения $y_{ИПnom}$ с возможно бóльшим разрешением в окрестности рабочей точки $y_{дnom} \sim x$ вплоть до зоны $2\delta_{п1}$, на вход второго каскада нормирующего преобразователя НП₂ вводится сигнал смещения первоначальной нулевой точки на величину $y_{см} < y_{дnom}$ и одновременно во втором каскаде НП₂ увеличивается коэффициент усиления так, чтобы увеличить общий коэффици-

ент усиления ИП до величины $k_2 > k_1$ для сохранения той же самой рабочей точки $u_{\text{ИП nom}}$ на выходе ИП (при сохранении коэффициента k_1 на выходе ИП сигнал уменьшился бы до величины $\tilde{u}_{\text{ИП nom}}$). Эффект от смещения нуля на величину $u_{\text{см}} < u_{\text{д nom}}$ в таком случае эквивалентен повышению *общего контурного усиления* k системы, что приводит к уменьшению установившейся ошибки $\varepsilon_{\infty} = g/1 + k$. Зона нечувствительности ИП уменьшается до величины $\Delta < \varepsilon_2 < \varepsilon_1$, т. е. увеличивается разрешающая способность ИП, что повышает точность стабилизации при сохранении первоначально выбранного датчика стабилизируемой переменной. Однако достигается такое повышение за счет уменьшения зоны линейности, что очевидным образом следует из рис. 4.17. Но для систем стабилизации это несущественное ухудшение.

4.3.2. Каскадное регулирование

Классическим примером каскадного регулирования служит система стабилизации температуры в печи, нагреватель которой имеет избыточную мощность, а нагреваемый объект имеет немалые габариты. В таких случаях объект нагрева может, с одной стороны, перегреваться, а с другой — недогреваться. Если подобный технологический режим нагрева не допустим, то одноконтурного управления с одним регулятором будет уже недостаточно. Для обеспечения равномерного нагрева объекта необходимо измерять температуру по крайней мере в двух местах: в зоне нагревателя и в самом удаленном от него месте. В таком случае регулятор должен содержать два ПИД-регулятора, включенных последовательно. Первый (ведущий) ПИД-регулятор, на вход которого подается значение температуры в холодном месте, будет вырабатывать значение задающего сигнала ("уставку") для второго (ведомого) ПИД-регулятора. На его вход подается сигнал от измерительного преобразователя температуры в зоне нагревателя.

На рис. 4.18 изображена обобщенная структурная схема системы каскадного регулирования, иллюстрирующая приведенный пример. Технологический объект управления (ТОУ) состоит из двух объектов управления с общим исполнительным органом. Помимо выходной регулируемой переменной $x_2 = x$ измеряется еще одна (в данном примере) — переменная x_1 на выходе ОУ2. Измерение этих переменных осуществляют два измерительных преобразователя ИП1 и ИП2 (напомним, что в состав ИП входят датчик и нормирующий преобразователь). Каскадный регулятор (КР) состоит из последовательно соединенных локальных типовых ПИ- или ПИД-регуляторов ЛР1 и ЛР2. Ве-

дущий ЛР1 по величине сигнала рассогласования $\varepsilon_1 = g - y_2$ вырабатывает "уставку" или задающее воздействие g_1 для ведомого регулятора ЛР2. Сигнал рассогласования ε_2 формируется как разность между уставкой g_1 для ЛР1 и значением промежуточной переменной объекта y_1 . Более высокое качество процессов в структуре каскадного регулирования легко объясняется с точки зрения известных способов коррекции в теории автоматического регулирования. Нетрудно увидеть, что схема на рис. 4.18 является структурой с "местной" корректирующей обратной связью, образуемой ЛР2 вместе с ИП1. Ведущий регулятор ЛР1 и ИП2 выполняют функцию главной обратной связи. Из теории регулирования известно также, что обратные связи, а в данном случае ими являются подсистемы ТОУ — ОУ1 и ОУ2, стабилизируют охваченные ими звенья системы. Это означает, что снижается влияние возмущений f_1 и f_2 , уменьшается влияние параметрических возмущений ОУ1 и ОУ2.

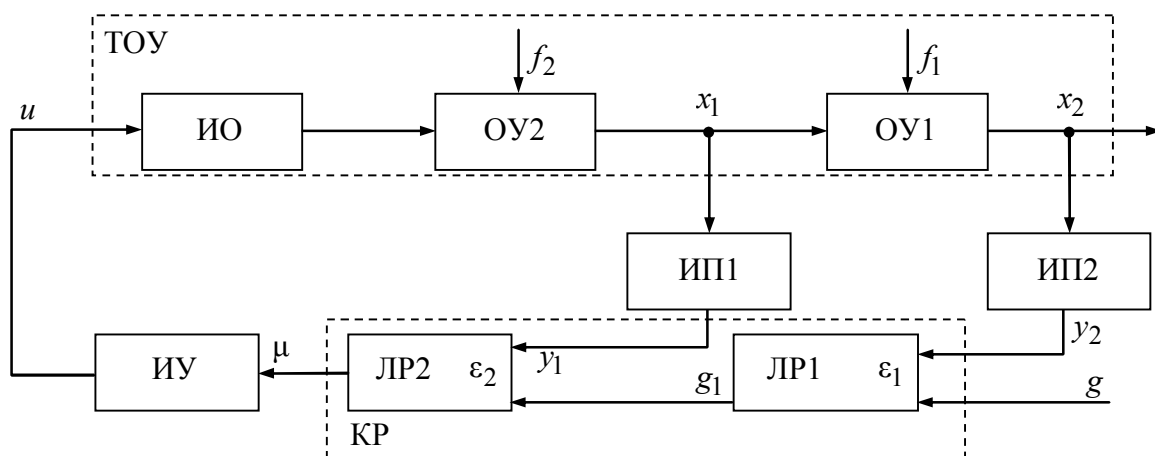


Рис. 4.18

Каскадное регулирование всегда целесообразно применять, если сложный ТОУ или техническая установка допускают измерения своих промежуточных значений, помимо переменных на входе и выходе. Чем большее число введенных каскадов регулирования, тем потенциально более высокими техническими показателями обладает система автоматического регулирования. Но одновременно возрастают трудности выбора параметров настройки каскадного регулятора, состоящего из двух и более типовых ПИ- или ПИД-регуляторов. Как правило, для эффективного каскадного регулирования контур с ведомым регулятором должен быть более быстродействующим, чем контур главной обратной связи с ведущим регулятором.

Широкое распространение получили каскадные регулируемые электроприводы, известные под названием *системы подчиненного регулирования* и

рассчитываемые с помощью не менее известного способа *настройки на оптимум по модулю* (или *симметричный оптимум по модулю*), в котором используются типовые ЛЧХ и типовые ПИ-регуляторы [4], [5], [40].

Каскадное регулирование ТОУ получило широкое распространение и поддерживается производителями технических средств автоматизации включением в их состав необходимых устройств и программного обеспечения. Примерами могут служить приборы ведущего российского производителя технических средств автоматизации Московского завода тепловой автоматики (МЗТА)¹ серии ПРОТАР 102, 112, 120 и 130. Эти приборы применяются в схемах стабилизации технологических параметров программного, *каскадного*, многосвязного регулирования.

4.3.3. Система регулирования соотношения

Стабилизация соотношения между двумя или бóльшим количеством переменных технологического процесса может быть более значимой целью ЛСУ, чем стабилизация их абсолютных значений. В таких случаях используются системы *пропорционального* регулирования или регулирования соотношения.

Примерами управления соотношением служат такие процессы, как:

- 1) смешение двух или нескольких потоков веществ для производства смесей заданного химического состава;
- 2) смешение двух или нескольких веществ для производства смесей, обладающих заданными физическими свойствами;
- 3) поддержание заданного соотношения "топливо/воздух" для достижения оптимального процесса горения.

Известно несколько способов стабилизации соотношения двух регулируемых переменных. Рассмотрим две структурные схемы систем регулирования отношения.

На рис. 4.19 приведена структурная схема с *общим регулятором* для стабилизации двух переменных.

Запишем основные соотношения, показывающие, что система на рис. 4.19 действительно стабилизирует соотношение y_1/y_2 , задаваемое переменными коэффициентами k_1 и k_2 . На схеме приняты следующие обозначения: $W_1(s), W_2(s)$ — корректирующие устройства; $W_{01}(s), W_{02}(s)$ — передаточные функции объектов. Для объектов с самовыравниванием (без интегрирующих

¹ www.insat.ru/products/?category=909.

звеньев) в установившемся состоянии отношение $W_{01}(s)/W_{02}(s)|_{s=0} = c = \text{const}$ является условием того, что отношение $y_1(\infty)/y_2(\infty) = a = \text{const}$. Помимо этого необходимо обеспечить заданные показатели качества в каждом из двух контуров. Эта задача достигается выбором корректирующих звеньев $W_1(s)$, $W_2(s)$ и настройкой типового ПИ- или ПИД-регулятора $W_p(s)$.

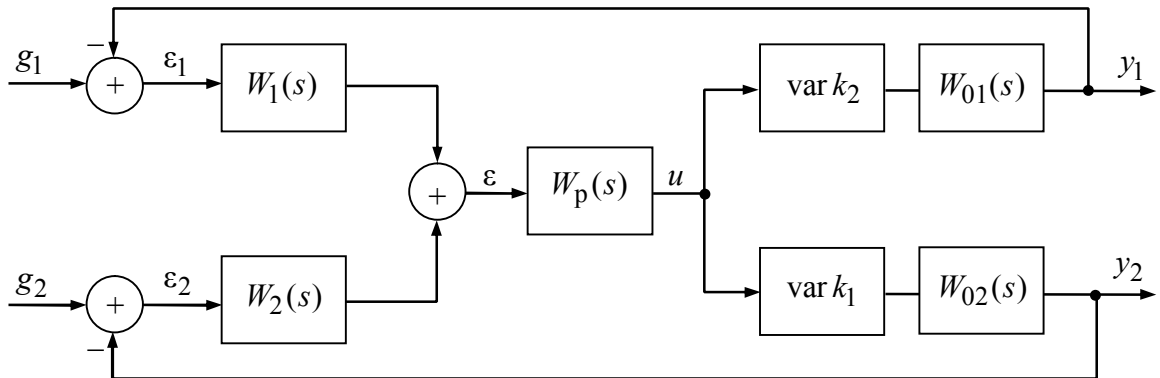


Рис. 4.19

Непосредственно из рис. 4.19 следует: $\varepsilon(s) = \frac{g_1(s)W_1(s) + g_2(s)W_2(s)}{\Delta(s)} = \frac{\Delta_1(s)}{\Delta(s)}$,

где $\Delta(s)$ — характеристический полином. Регулируемые переменные y_1, y_2 имеют следующий вид:

$$y_1(s) = \varepsilon(s)k_1W_pW_{01}(s) = \frac{k_1W_1W_{01}(s)}{\Delta(s)}\Delta_1(s);$$

$$y_2(s) = \varepsilon(s)k_2W_pW_{02}(s) = \frac{k_2W_2W_{02}(s)}{\Delta(s)}\Delta_1(s),$$

откуда следует регулируемое отношение

$$\frac{y_1(s)}{y_2(s)} = \frac{k_1W_{01}(s)}{k_2W_{02}(s)} \Rightarrow \left. \frac{y_1(t)}{y_2(t)} \right|_{t \rightarrow \infty} = \frac{k_1}{k_2}c = a.$$

Второй способ построения системы регулирования соотношения показан на рис. 4.20. В этом способе используется свой ПИД-регулятор для каждого из технологических объектов ТОУ1 и ТОУ2. Требуемое соотношение между регулируемыми переменными y_1 и y_2 устанавливается изменением коэффициента $a = y_1/y_2$. Для более гибкого управления настройкой коэффициента a в устройство его формирования помимо сигнала y_1 вводится уставка g_1 (пунктир), а сам коэффициент соотношения (уставка g_2 второй системы) изменяется, например, по правилу:

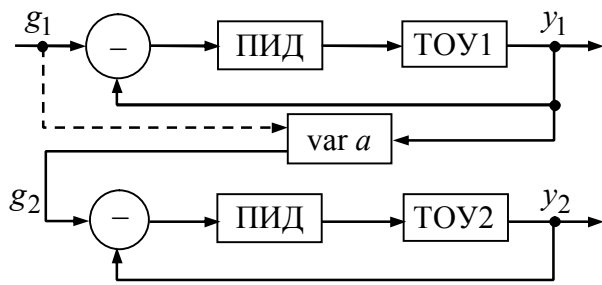


Рис. 4.20

$$g_2 = a[\gamma g_1 + (1 - \gamma)y_1],$$

где коэффициентом $0 \leq \gamma \leq 1$ регулируется влияние сигнала уставки g_1 и переменной y_1 на динамику установления требуемого отношения между регулируемыми переменными y_1 и y_2 .

При значении $\gamma = 0$ отношение между переменными устанавливается как $a = y_1/y_2$.

4.4. Регулируемый электропривод и следящие системы

В заключение главы приведем известные примеры функциональных схем регулируемого привода и следящей системы, конкретизирующие сведения об этих классах ЛСУ (изложены в гл. 1—3). За более подробными сведениями следует обратиться к источникам, посвященным теории и технике реализации этих и подобных им систем промышленной автоматики [4]—[10],[40].

4.4.1. Примеры типовых схем регулируемого электропривода

Типовые функциональные схемы регулируемого привода в самом общем виде были рассмотрены в 1.3. Здесь мы приведем конкретные примеры построения типовых РЭП.

Автоматическая система управления положением механизма [4] является широко распространенным примером РЭП в многочисленных приложениях: в системах наведения антенн, оптических телескопах, системах стабилизации платформ и т. д. Диапазон мощности исполнительных двигателей (ИД) охватывает область значений от единиц ватт до сотен киловатт. Их питание осуществляется от управляемых усилителей мощности, в настоящее время преимущественно от тиристорных преобразователей. В качестве датчиков скорости и положения используются потенциометрические схемы, индукционные (сельсины, вращающиеся трансформаторы, индуктосины), импульсные и цифровые датчики, а измерительные системы строятся по одно- и двухотсчетным схемам [9], [10].

В большинстве случаев схема рассматриваемого класса строится по уже упоминавшемуся принципу подчиненного регулирования при питании ИД постоянного тока от тиристорного преобразователя. Пример схемы РЭП для

управления положением приводится на рис. 4.21. Схема на рис. 4.21, а использует индукционный датчик углового положения $y = \varphi$ ДП рабочего механизма нагрузки с моментом инерции J_2 и моментом сил M_c . Измерительная система главной обратной связи преобразует сигнал $\varphi_{и}$ от ДП в формат, совместимый с форматом сигнала от задатчика требуемого углового положения $g = \varphi_3$ для выработки угловой ошибки $\varepsilon = \Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_{и}$. Система регулирования ЭП состоит из двух контуров. Внутренний контур стабилизируется по скорости вращения ротора ω_1 , изменяющейся при вариациях момента сил нагрузки M_c , сетевого питания на усилителе мощности УМ. В качестве регулятора скорости обычно выбирается ПИ-регулятор, параметры настройки которого рассчитываются на оптимум модуля частотной характеристики контура для компенсации влияния на динамику системы наибольших постоянных времени во внутреннем контуре. Датчик скорости ДС служит источником для рассчитываемого корректирующего устройства (фильтра высоких частот).

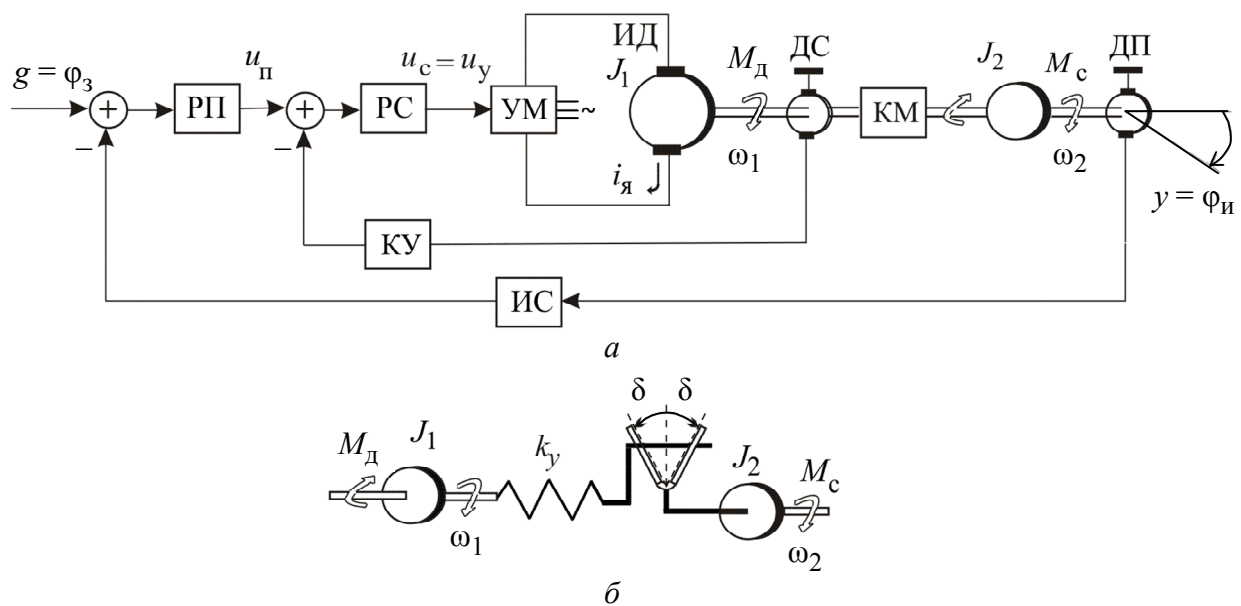


Рис. 4.21

Внешний контур включает кинематический механизм КМ для передачи крутящего момента M_d от исполнительного двигателя на рабочий орган нагрузки для установления углового перемещения $\varphi_{и} \rightarrow \varphi_3$. Регулирование динамического режима во внешнем контуре осуществляет регулятор положения РП, обычно также ПИ-регулятор.

Такой расчет выполняется при условиях, когда описанные в 2.6 особенности КМ себя не проявляют. В противном случае кинематический механизм

рассматривается уже как нелинейная двухмассовая упруговязкая нагрузка ("объект") во внешнем контуре (рис. 4.21, б), и это должно быть учтено при анализе свойств синтезированной системы на рис. 4.21, а. В частности, следует учитывать ненулевой коэффициент упругости k_y , возможно, люфт δ в зубчатых редукторах.

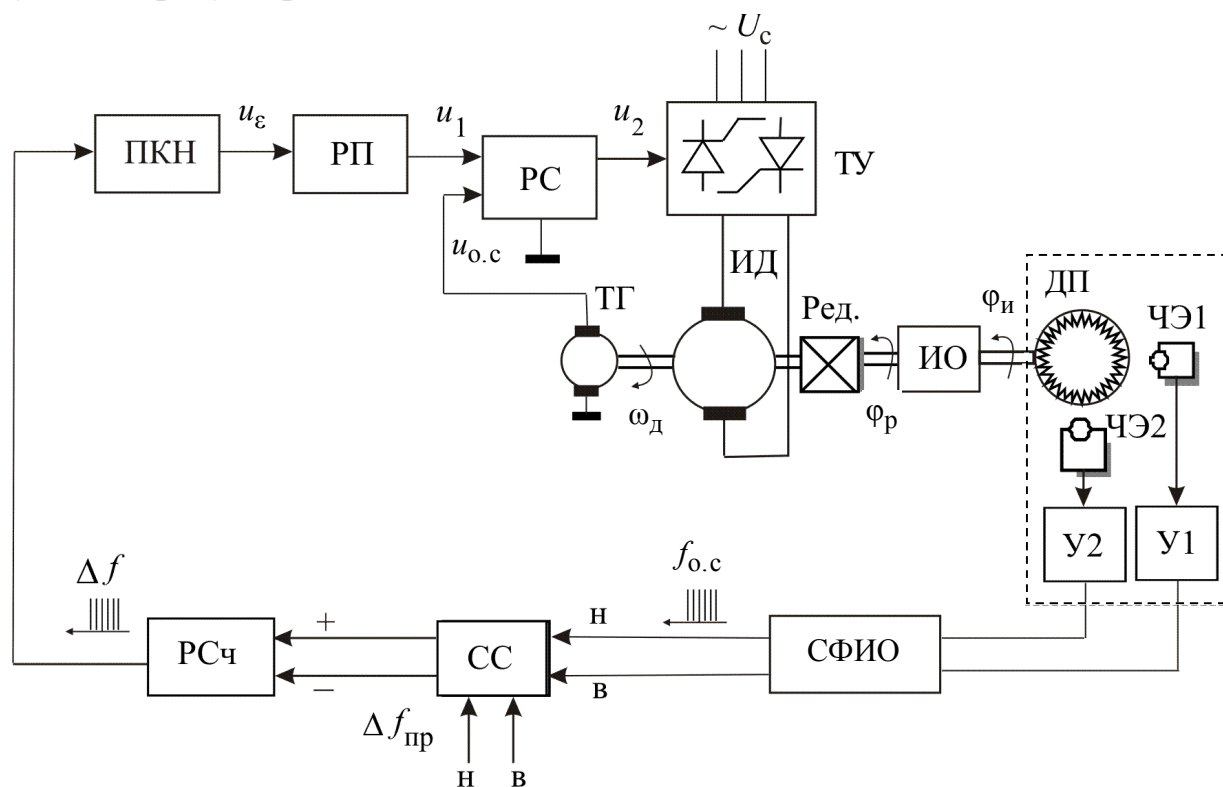


Рис. 4.22

Система программного управления ЭП одной координаты с импульсным датчиком положения ДП (рис. 4.22), например, в автоматических системах контурной обработки изделия, содержит внутренний аналоговый контур регулирования скорости РС, стабилизирующий работу системы, и главный (внешний) цифровой контур регулирования положения исполнительного органа ИО с ДП. Исполнительный двигатель ИД управляется тиристорным усилителем мощности ТУ, управляющее воздействие на который формирует по типовому закону регулятор скорости РС. Выходной вал ИД изменяет положение ИО через редуктор (Ред.). Регулируемая переменная — угол поворота $\varphi_{и}$ измеряется импульсным датчиком положения ДП, который преобразует значение перемещения ИО в унитарный код. Чувствительные элементы ЧЭ1, ЧЭ2 и усилители У1, У2 преобразуют импульсы в электрические сигналы. Логическая схема формирования импульсов отработки СФИО формирует из них последовательность импульсов сигнала обратной связи $f_{0.c}$, которая сравнивается в схеме сравнения, состоящей из схемы синхронизации СС и реверсивного

счетчика РСч. На входы СС поступает программная последовательность $f_{\text{пр}}$, с выхода РСч считывается разностная последовательность $\Delta f = f_{\text{пр}} - f_{0.c}$ — сигнал рассогласования или ошибка позиционирования $\delta = \Delta f$, преобразуемая далее преобразователем код — напряжение ПКН в аналоговый сигнал рассогласования u_{ε} . Напряжение рассогласования преобразуется регулятором положения РП в регулирующее воздействие. Внутренний стабилизирующий контур образован датчиком скорости вращения ротора ИД и ИО $\omega_{\text{д}}$ — тахогенератором постоянного тока ТГ с фильтром (на рис. 4.22 не показан). Выходной сигнал ТГ — напряжение постоянного тока $u_{0.c}$ — пропорционален скорости вращения $\omega_{\text{д}}$ и замыкается на регулятор скорости внутреннего контура РС.

Этот пример РЭП также построен по схеме подчиненного (каскадного) регулирования, в которой регулятор положения РП выполняет роль ведущего, формирующего задание регулятору скорости РС. Таким образом, основной отличительный признак рассмотренной системы программного регулирования состоит в измерительной системе с импульсным датчиком углового перемещения и преобразователем "код — напряжение" (см. 7.4 в [4]).

4.4.2. Комбинированная следящая система

Принцип структурной организации и один из подходов к синтезу канала компенсации комбинированных следящих систем были рассмотрены в 3.3. Здесь приведем пример построения такой системы [8]. Функциональная схема следящей системы изображена на рис. 4.23. Измерительная схема системы (чувствительный элемент ЧЭ) построена на потенциометрах П1 и П2 (см. 1.3) для формирования сигнала рассогласования между задаваемым угловым перемещением $g(t) = \varphi_3(t)$ и угловым перемещением $y(t) = \varphi_p(t)$ выходного вала кинематического механизма системы с редуктором Р1. Кроме этого, функциональными элементами следящей системы являются исполнительный двигатель (ИД) постоянного тока с независимым возбуждением от обмотки возбуждения (ОВ); тахогенератор постоянного тока (ТГ); компенсирующий контур (КК) с фильтром и корректирующим усилителем (КУ); усилители напряжения и тока (УН, УТ).

Напомним, что для структурного синтеза системы используется принцип инвариантности, позволяющий обеспечить независимость ошибки $\varepsilon(t)$ от изменения формы сигнала $g(t)$. В системах комбинированного управления

принцип инвариантности осуществлен путем введения канала компенсации задающего воздействия на вход усилителя тока УТ. Компенсирующий контур включает в себя кинематический механизм с редуктором P2 для передачи задающего воздействия $g(t) = \varphi_3(t)$ на ротор тахогенератора ТГ, дифференцирующее звено (резисторы R_1 , R_2 и конденсатор C) и активный фильтр на базе корректирующего усилителя КУ постоянного тока.

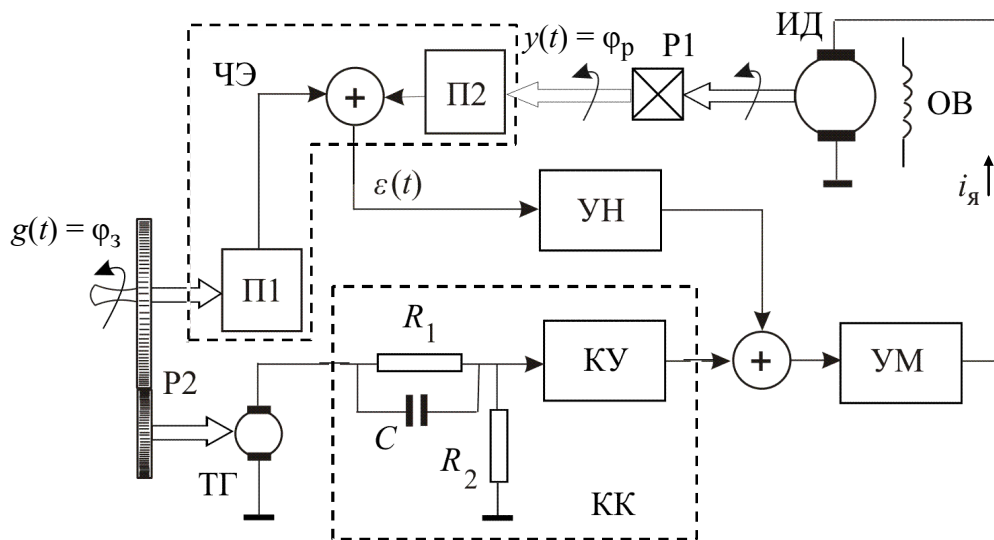


Рис. 4.23

Структура и параметры дифференцирующего звена КУ подлежат расчету из условий инвариантности ошибки $\varepsilon(t)$ относительно изменений сигнала $g(t) = \varphi_3(t)$ и условия эквивалентности комбинированной системы системе с астатизмом 2-го или 3-го порядка при воспроизведении сигнала $g(t)$ с ненулевыми производными $g'(t)$ и $g''(t)$, что обычно оказывается достаточным в большинстве прикладных задач управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мир локальных систем автоматического контроля, регулирования и управления существенно разнообразнее рассмотренных в учебном пособии типовых примеров объектов и средств автоматики. Многообразие порождается необозримым множеством технических объектов, принципов их построения и разнообразием технологических целей их функционирования, эксплуатационными условиями, характером влияния на работу объектов воздействий внешней среды. Единственным способом уйти от решения множества задач анализа и синтеза локальных систем в каждом конкретном случае является выделение типовых математических моделей, общих для классов различных технологических установок.

В книге такими типовыми математическими моделями являются линейные дифференциальные уравнения, описывающие динамику процессов. Это означает, что вне круга локальных систем, рассмотренных в пособии, остались те (также многочисленные) случаи, когда реальные объекты описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, несводимыми к линейным моделям в диапазоне рабочих режимов. Когда свойства нелинейных объектов таковы, что линеаризация неосуществима, законы (или алгоритмы) регулирования таких объектов также должны быть — в соответствии с принципом необходимого разнообразия У.-Р. Эшби — нелинейными функциями измеряемых переменных в локальных системах.

Задачи синтеза нелинейных регуляторов в данном пособии не рассматриваются, но техническая реализация нелинейных законов становится актуальной и перспективной целью эволюции локальных систем управления. Ее достижение предполагает пополнение принципов построения ЛСУ новыми идеями и алгоритмами. К их числу необходимо отнести адаптацию и оптимизацию режимов работы систем, диагностику рабочих режимов, использование таких информационных технологий для реализации функций управления, как нечеткая логика, нейроинформатика, гибридные алгоритмы управления в динамических системах.

Однако при всех современных технологиях синтеза локальных систем управления в основе их построения до настоящего сохраняются типовые решения функций измерения, контроля, регулирования и управления, использующие типовые линейные модели технологических объектов и процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бриндли К. Измерительные преобразователи: справ. пособие; пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1991.
2. Проектирование датчиков для измерения механических величин / Под ред. Е. П. Осадчего. М.: Машиностроение, 1979.
3. Храмой А. В. Очерк истории развития автоматике в СССР. М.: Изд-во АН СССР, 1956.
4. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами: Учеб. пособие для вузов. Л.: Энергоиздат, 1982.
5. Белов М. П., Новиков В. А., Рассудов Л. Н. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов: Учеб. пособие для вузов. М.: АCADEMIA, 2004.
6. Москаленко В. В. Электрический привод. 2-е изд. М.: АCADEMIA, 2007.
7. Ильинский Ф. Н. Основы электропривода: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МЭИ, 2003.
8. Основы проектирования следящих систем / В. Д. Андреев, А. М. Ивкин, В. С. Кулешов и др.; Под ред. Н. А. Лакоты. М.: Машиностроение, 1978.
9. Смирнова В. И., Петров Ю. А., Разинцев В. И. Основы проектирования и расчета следящих систем. М.: Машиностроение, 1983.
10. Ахметжанов А. А., Кочемасов А. В. Следящие системы и регуляторы: Учеб. пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
11. Матвейкин В. Г., Фролов С. В., Шехтман М. Б. Применение SCADA-систем при автоматизации технологических процессов: Учеб. пособие. М.-Тамбов: Машиностроение, 2000.
12. Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л.: Недра, 1982.
13. Маллаев А. Р. Автоматизация теплоэнергетических установок: конспект лекций. URL: http://e-lib.qmii.uz/ebooks/007_atep_mallayev/contents.htm.
14. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления: пер. с англ. / Под ред. А. М. Летова. М.: Мир, 1972.
15. Острем К. Ю. Введение в стохастическую теорию управления: пер. с англ. / Под ред. Н. С. Райбмана. М.: Мир, 1973.
16. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.

17. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления (для инженеров): пер. с англ. / Под ред. М. В. Меерова. М.: Наука, 1970.
18. Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. М.: Наука, 1966.
19. ГОСТ 50369-92. Электроприводы. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1993.
20. Теория автоматического управления: учебник для вузов / С. Е. Душин, Н. С. Зотов, Д. Х. Имаев и др.; Под ред. В. Б. Яковлева. М.: Высш. шк., 2003.
21. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления: в 3 ч. Ч. I. М.-Л.: Энергия, 1965.
22. Менский Б. М. Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении. М.: Машиностроение, 1972.
23. Пошехонов Л. Б. Основы теории управления: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2006.
24. Антонов В. Н., Терехов В. А., Тюкин И. Ю. Адаптивное управление в технических системах. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2001.
25. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики. Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. 4-е изд., сущ. перераб. и доп. М.: КомКнига, 2005.
26. Догановский С. А., Иванов В. А. Устройства запаздывания и их применение в автоматических системах. М.: Машиностроение, 1966.
27. Смит О. Дж. Автоматическое регулирование. М.: Физматлит, 1962.
28. Кажичкин С. А., Севастьянов Б. Г. Алгоритм синтеза упредителя Смита в одноконтурных САР // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2010. № 1. С. 3—10.
29. Острем К. Ю. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973.
30. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984.
31. Цыпкин Я. З. Оптимальность в адаптивных системах управления // Измерения. Контроль. Автоматизация. 1985. № 3 (55). С. 36—52.
32. Измерение электрических и неэлектрических величин: Учеб. пособие для вузов / Н. Н. Евтихийев, Я. А. Купершмидт, В. Ф. Папуловский, В. Н. Скугоров. М.: Энергоатомиздат, 1990.
33. Куликовский К. Л., Купер В. Я. Методы и средства измерений: Учеб. пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1986.

34. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования: справ. пособие / А. С. Ключев, А. Т. Лебедев, С. А. Ключев, А. Г. Товарнов; Под ред. А. С. Ключева. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1989.
35. Родионов В. Д., Терехов В. А., Яковлев В. Б. Технические средства АСУ ТП: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1989.
36. Денисенко В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации // Современные технологии автоматизации. 2008. № 1. С. 86—99.
37. Åström K. J., Hägglund T. Advanced PID Control // ISA — Instrumentation, Systems and Automation Society. 2006.
38. Тюкин И. Ю., Терехов В. А. Адаптация в нелинейных динамических системах / Предисл. Г. Г. Малинецкого. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. Сер. Синергетика: от прошлого к будущему.
39. Voda A. A., Landau I. D. A method for the Auto-calibration of PID Controllers // Automatica. 1995. Vol. 31. № 1. P. 41—53.
40. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Энергоатомиздат, 1992.

Терехов Валерий Александрович

Локальные системы управления

Учебное пособие

Редактор Т. А. Лунаева

Подписано в печать 15.11.2011. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 9,25.
Гарнитура «Times New Roman». Тираж 52 экз. Заказ .

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5