

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ «СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Цель дисциплины – овладение методами разработки оптимальных динамических систем на основе современных математических методов теории управления.

Задачи дисциплины – научить студентов понимать и применять современные математические методы ТАУ, выполнять расчет и анализ оптимальных динамических систем.

Компетенции, достижение которых планируется по завершении изучения курса (см. табл. 1):

Таблица 1

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУНы)
ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию	Знать: способы получения и обработки информации по системам оптимального управления
	Уметь: уметь поставить задачу оптимального управления
	Владеть: навыками работы с информацией по системам оптимального управления
ОПК-2 способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	Знать: назначение и основные характеристики современных оптимальных систем управления
	Уметь: решать задачи по оптимальному управлению
	Владеть: практическими навыками проектирования оптимальных систем управления
ПК-1 способностью разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов "человек - электронно- вычислительная машина"	Знать: принципы формирования критериев оптимальности, основные теоретические принципы синтеза оптимальных систем
	Уметь: использовать в процессе разработки принципы построения аналоговых и цифровых систем управления
	Владеть: навыками анализа и создания оптимальных систем управления

## СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 2

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Введение в проблематику оптимальных систем управления. Общая постановка задач оптимального управления. Основы вариационного исчисления	14	10	4	0
2	Решение задач оптимального управления на основе вариационного исчисления. Принцип максимума Понтрягина. Системы оптимального по быстрдействию управления.	30	16	14	0
3	Динамическое программирование. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов. Стохастические оптимальные и цифровые системы управления	26	16	10	0

## ЛЕКЦИИ

Таблица 3

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Введение в проблематику оптимальных систем управления. Общая постановка задач оптимального управления.	2
2	1	Основы вариационного исчисления. Понятия функционала, вариации функционала. Общая форма первой вариации функционала. Экстремум функционала. Необходимые и достаточные условия его существования. Уравнение Эйлера. Естественные граничные условия в задаче минимизации функционала.	4
3	1	Граничные условия в задаче минимизации составного функционала. Условие трансверсальности. Уравнение Эйлера–Пуассона в задачах оптимального управления объектами n-го порядка. Вариационные задачи с ограничениями.	4
4	2	Экстремум функционала при ограничениях в форме дифференциальных уравнений. Оптимальное управление линейными объектами по минимуму квадратичного функционала.	4
5	2	Решение задач оптимизации при интегральных ограничениях на управление.	4
6	2	Принцип максимума для линейных и нелинейных объектов управления. Необходимые условия оптимальности в задачах управления с комбинированным минимизируемым функционалом. Функция Гамильтона. Сопряженная система, каноническая система дифференциальных уравнений.	4
7	2	Решение задачи оптимального быстрогодействия для линейных объектов управления. Релейность управления. Геометрические свойства	4

		оптимального по быстродействию управления. Примеры синтеза оптимального и субоптимального управлений.	
8	3	Принцип оптимальности Беллмана. Процедура динамического программирования для дискретных объектов управления. Динамическое программирование для непрерывных объектов управления. Уравнение Беллмана.	4
9	3	Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов. Задачи оптимального регулятора состояния, регулятора выхода, оптимальной следящей системы.	4
10	3	Аналитическое конструирование цифровых регуляторов.	4
11	3	Постановка задачи оптимального управления стохастическими объектами. Теорема разделенности. Задача синтеза стохастических наблюдателей состояния. Устойчивость стохастической системы.	4

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Таблица 4

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практических занятий	Кол-во часов
1	1	Введение в проблематику оптимальных систем управления. Общая постановка задач оптимального управления. Основы вариационного исчисления. Понятия функционала, вариации функционала. Общая форма первой вариации функционала. Экстремум функционала. Необходимые и достаточные условия его существования.	4
2	2	Уравнение Эйлера. Естественные граничные условия в задаче минимизации функционала. Оптимальное управление линейными объектами по минимуму квадратичного функционала. Принцип максимума для линейных и нелинейных объектов управления.	6
3	2	Необходимые условия оптимальности в задачах управления с комбинированным минимизируемым функционалом. Решение задачи оптимального быстродействия для линейных объектов управления. Релейность управления.	4
4	2	Геометрические свойства оптимального по быстродействию управления. Примеры синтеза оптимального и субоптимального управлений.	4
5	3	Принцип оптимальности Беллмана. Процедура динамического программирования для дискретных объектов управления. Динамическое программирование для непрерывных объектов управления. Уравнение Беллмана.	6
6	3	Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов. Задачи оптимального регулятора состояния, регулятора выхода, оптимальной следящей системы. Задача синтеза стохастических наблюдателей состояния.	4

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

Таблица 5

Выполнение СРС		
Вид работы и содержание задания	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц)	Кол-во часов
Подготовка к практическим занятиям путем самостоятельного изучения соответствующих разделов	Основная литература - 1-3	47
Подготовка к экзамену	Основная литература - 1-3	27

## ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Таблица 6

Наименование разделов дисциплины	Контролируемая компетенция ЗУНы	Вид контроля (включая текущий)	№№ заданий
Введение в проблематику оптимальных систем управления. Общая постановка задач оптимального управления. Основы вариационного исчисления	ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию	Экзамен	1
Решение задач оптимального управления на основе вариационного исчисления. Принцип максимума Понтрягина. Системы оптимального по быстродействию управления.	ОПК-2 способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	Экзамен	2
Динамическое программирование. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов. Стохастические оптимальные и цифровые системы управления	ПК-1 способностью разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов "человек - электронно-вычислительная машина"	Экзамен	3
Все разделы	ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию	Проверка выполненных практических заданий	1-36

# ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ, ПРОЦЕДУРЫ ПРОВЕДЕНИЯ, КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

## 1. Проверка выполненных практических заданий

Студенту необходимо самостоятельно подготовиться к практическим занятиям путем чтения соответствующей литературы.

### *Процедура проведения:*

Для контроля знаний по практическим заданиям студенту задается вопрос из перечня. Если студент неправильно отвечает, то ему задаются уточняющие вопросы или другой вопрос из перечня.

### *Критерии оценивания:*

Зачтено: правильный ответ на вопрос

Не зачтено: отсутствие ответа или существенные ошибки

### *Порядок выполнения практической работы 1:*

1. Составить схему для расчета траекторий объекта управления при разомкнутой системе управления. Фазовые траектории разомкнутой системы следует получить для двух значений предельного управления, указанных преподавателем.

2. Дополнить схему моделирования функцией переключения и провести моделирование замкнутой системы с тремя значениями коэффициента  $\alpha$ , соответствующими трем возможным режимам работы системы. При этом в исходном положении изображающая точка не должна находиться на линии переключения.

3. Определить время движения в зависимости от параметра  $\alpha$ .

4. Определить время движения оптимальной системы в зависимости от начальных условий, начальные условия по второй координате взять равными значению максимального управления.

### *Отчет должен содержать:*

- цель работы;
- постановку задачи, вывод алгоритма оптимального управления;
- схемы моделирования разомкнутой и замкнутой систем;
- фазовые траектории, соответствующие предельным значениям управления;
- фазовые траектории и зависимости по п.2. порядка выполнения работы;
- зависимость времени движения от параметра  $\alpha$  по п.3 порядка выполнения работы;
- зависимость времени движения от начальных условий;
- графики  $\tau$  – минимальных изохрон, рассчитанные для заданных параметров, с нанесенными на них фазовыми траекториями в оптимальном режиме;
- выводы.

### *Порядок выполнения практической работы 2:*

#### *Исследование системы с объектом второго порядка*

1. С заданными исходными данными определить аналитические зависимости элементов фундаментальной матрицы от времени.
2. Вычислить значения матриц  $A_d$  и  $B_d$  дискретной модели объекта управления.
3. Составить непрерывную модель объекта управления.
4. Поочередно изменяя начальные условия непрерывного объекта управления и интегрируя уравнения состояния в течение периода дискретности, получить матрицу
5. Задав нулевые начальные условия объекта управления, единичное управление и проинтегрировав в течение периода дискретности, получить матрицу. Сравнить эти матрицы, полученные в п.4,5 со значениями п.2.
6. Провести моделирование замкнутой непрерывной оптимальной системы второго порядка при бесконечном времени управления, определив предварительно коэффициенты обратных связей оптимального регулятора. Зафиксировать результаты.
7. Определить матрицу  $* P$  для дискретной системы.
8. Составить дискретную модель объекта управления.
9. Провести моделирование замкнутой дискретной оптимальной системы второго порядка при бесконечном времени управления. Зафиксировать результаты.
10. Сравнить результаты моделирования непрерывной и дискретной систем.

#### *Исследование системы с объектом третьего порядка*

1. Определить параметры дискретной модели и провести моделирование непрерывной оптимальной системы с объектом третьего порядка в соответствии с п.3-6 для объекта второго порядка.
2. Определить матрицу  $* P$  для дискретной системы.
3. Составить дискретную модель объекта управления.
4. Провести моделирование замкнутой дискретной оптимальной системы третьего порядка при бесконечном времени управления. Зафиксировать результаты.
5. Сравнить результаты моделирования непрерывной и дискретной систем.

*Отчет должен содержать:*

*Для объекта второго порядка:*

- цель работы;
- определение фундаментальной матрицы и матриц  $A_d$  и  $B_d$  дискретной модели, полученных аналитическим путем и на основе моделирования;
- коэффициенты обратных связей оптимальных непрерывной и дискретной систем;
- результаты моделирования непрерывной и дискретной систем и их сравнительный анализ;
- выводы.

*Для объекта третьего порядка:*

- результаты моделирования непрерывной оптимальной системы с объектом третьего порядка;
- матрицы  $A_d$  и  $B_d$ , полученные путем моделирования;
- результаты моделирования в соответствии с п.3,4;
- выводы.

*Контрольные вопросы для индивидуальной беседы:*

1. Как определяется тип экстремума функционала?
2. Каков геометрический смысл изопериметрической задачи?
3. Какие ограничения накладываются на решение изопериметрической задачи?
4. Как получены дифференциальные уравнения для экстремали в виде одного уравнения второго порядка и двух уравнений первого порядка?
5. Подтвердите правильность формул для вычисления фундаментальной матрицы.
6. Как влияет величина коэффициента штрафа  $K_s$  на приближение состояния системы к предельному значению?
7. Оцените влияние коэффициента  $K_s$  на величину управляющего воздействия.
8. Каковы особенности работы схем моделирования?
9. Как синтезируется линия переключения?
10. Какому среднему значению управления соответствует движение в скользящем режиме?
11. Определите зависимость фазовых координат системы от времени при движении в скользящем режиме.
12. Проанализируйте работу системы при замене оптимальной функции переключения линейной функцией.
13. В чем заключаются особенности математической модели объекта управления?
14. Как синтезируется линия переключения?
15. Как реализовать оптимальное управление с использованием реальных параметров состояния  $x_1, x_2, u$ ,  $y$  объекта управления?
16. Постройте фазовый портрет разомкнутой системы для случая, когда параметры  $\lambda_1, \lambda_2$  имеют различные знаки.
17. Проанализируйте работу системы при замене оптимальной функции переключения линейной функцией
18. Пояснить, почему при работе по первому субоптимальному алгоритму изображающая точка может не попасть в начало координат?
19. Как можно организовать линию переключения в оптимальной по быстродействию системе?
20. Как графическим способом определить время движения в оптимальной системе?

21. Дайте подробное описание схемы моделирования управления по второму алгоритму.
22. Приведите пример технических задач, в которых используются интегральные ограничения.
23. Получите аналитическое решение уравнения Риккати (17).
24. Получите аналитическое решение уравнения Риккати для случая неограниченного времени управления.
25. Какие проблемы в реализации оптимального управления возникают вследствие особенности решения уравнения Риккати?
26. Поясните необходимость использования в минимизируемом функционале нескольких слагаемых.
27. Почему используемые в функционале матрицы должны иметь указанные свойства?
28. Приведите доказательство основных свойств решения уравнения Риккати.
29. Каково соотношение величин функционалов, полученных при постоянных и переменных во времени матрицы  $P$ ?
30. Как влияют параметры варьируемых матриц на характер переходных процессов в системе?
31. Получите общее решение уравнения состояния.
32. Как получен матричный экспоненциал?
33. Как определить фундаментальную матрицу в случае кратных собственных значений матрицы  $A$ ?
34. Какая связь процедуры получения уравнения Риккати для дискретной системы с методом динамического программирования?
35. Определите передаточную матрицу синтезированной оптимальной дискретной системы.
36. Каковы особенности реализации синтезированной системы?

## **2. Экзамен**

### *Процедура проведения:*

Студенту задаются 3 вопроса (1 вопрос по разделу №1, 2 вопроса по разделу №2). К экзамену студент допускается после успешной сдачи всех практических работ

### *Критерии оценивания:*

*Отлично:* правильный ответ на 3 вопроса.

*Хорошо:* правильный ответ на 2 вопроса.

*Удовлетворительно:* правильный ответ на 1 вопрос.

*Неудовлетворительно:* ответ менее чем на 1 вопрос.



### *Контрольные вопросы*

#### РАЗДЕЛ 1

1. Математические модели объектов управления.
2. Критерии оптимальности.
3. Общая задача оптимального управления.
4. Вариация функции, вариация функционала.
5. Экстремумы функционала.
6. Общая форма первой вариации.
7. Уравнение Эйлера, уравнение Эйлера–Пуассона.
8. Изопериметрическая задача, условный экстремум функционала.
9. Задачи Майера и Больца.
10. Экстремум функционала при наличии ограничений в форме дифференциального уравнения.

#### РАЗДЕЛ 2

1. Оптимальное управление линейным объектом по минимуму квадратичного функционала.
2. Каноническая система.
3. Построение оптимального регулятора при бесконечном времени управления.
4. Необходимые условия оптимальности в задачах управления с комбинированным минимизируемым функционалом.
5. Функция Гамильтона.
6. Сопряженная система, каноническая система дифференциальных уравнений.
7. Решение задачи оптимального быстродействия для линейных объектов управления.
8. Релейность управления.
9. Геометрические свойства оптимального по быстродействию управления.
10. Процедура динамического программирования для дискретных объектов управления.
11. Динамическое программирование для непрерывных объектов управления.
12. Задачи оптимального регулятора состояния, регулятора выхода, оптимальной следящей системы.
13. Аналитическое конструирование цифровых регуляторов.

### **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### *а) основная литература:*

1. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление Текст учеб. для высш. техн. учеб. заведений В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - 3-е изд. - М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. - 487 с. ил.
2. Алексеев, В. М. Оптимальное управление Учеб. для вузов по группе мат.

направлений и специальностей В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. - М.: Физматлит, 2005. - 384 с. ил.

3. Долбенков, В. И. Системы оптимального управления Текст учеб. пособие для лаб. работ В. И. Долбенков ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Системы упр.; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2011. - 39, [1] с. электрон. версия

*б) дополнительная литература:*

1. Атанс, М. Оптимальное управление Пер. с англ. Г. Н. Алексакова; Под ред. Ю. И. Топчиева. - М.: Машиностроение, 1968. - 764 с. черт.

2. Шамриков, Б. М. Основы теории цифровых систем управления Учеб. для вузов. - М.: Машиностроение, 1985. - 294 с. ил.

*Электронная учебно-методическая документация (табл. 7):*

Таблица 7

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Наименование ресурса в электронной форме	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Основная литература	Алексеев, В.М. Оптимальное управление. [Электронный ресурс] / В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 384 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/48177">http://e.lanbook.com/book/48177</a> — Загл. с экрана.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Электронно-библиотечная система Издательства Лань	Интернет / Авторизованный

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие сведения.....	1
Содержание дисциплины.....	2
Лекции .....	2
Практические занятия .....	3
Самостоятельная работа студента .....	4
Паспорт фонда оценочных средств .....	4
Типовые задания, процедуры проведения, критерии оценивания .....	5
1. Проверка выполненных практических заданий .....	5
2. Экзамен .....	8
Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	9