

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ»

Курсовая работа по дисциплине состоит из двух частей. Первая часть посвящена исследованию двумерного объекта во временной и частотной областях. Вторая часть основана на проведении моделирования и идентификации реальной системы управления.

## Типовое задание на курсовую работу

### I Часть

1. По структурной схеме системы составить математическую модель объекта (блочные матричные выражения и соотношения элементов системы).

2. Выбрать параметры элементов системы таким образом, чтобы система стала устойчивой. Для этого провести моделирование в программном продукте SimACS/MATLAB для двух экспериментов. Привести графики выходов модели объекта  $Y_{11}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{22}$  для каждого эксперимента.

3. Выполнить анализ объекта в начальный и конечный момент времени. Свести теоретические и экспериментальные значения выходов системы в таблицу.

4. В программе AcSOCAD IdACS подключить соответствующие файлы с результатами моделирования и провести идентификацию во временной области всех передаточных функций. Сравнить оценочные значения параметров звеньев со значениями, полученными аналитическим методом. Привести диалоговое окно программы с результатами идентификации, а также полученные графические зависимости входа передаточной функции, реального и оценочного выхода.

5. Выполнить проектирование математического описания в программном продукте MathCAD. Используя методы теории управления, получить действительную и мнимую части всех передаточных функций. Провести анализ теоретических значений передаточных функций при  $\omega=0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ , полученные через пределы и через уравнения для выходов двух опытов, и сравнить их. Построить графики АФЧХ для каждого звена.

6. Вывести в файл значение частоты и соответствующие ей значения действительной и мнимой части. В программе AcSOCAD IdACS подключить файлы с частотными характеристиками передаточных функций и провести идентификацию в частотной области. Сравнить оценочные значения параметров звеньев со значениями, полученными аналитическим методом. Привести диалоговое окно программы с результатами идентификации, а также полученные графические зависимости действительной и мнимой части реального и оценочного сигнала.

7. Выполнить идентификацию во временной области в программе SimACS, используя встроенный алгоритм идентификации. Для этого необходимо

выгрузить все сигналы модели  $Y_{11}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{22}$  в файл, создать модель, аналогичную рассматриваемой, указать неизвестные параметры звеньев, задав им имя  $P[0]$ ,  $P[1]$  и  $P[2]$  соответственно. К выходам  $Y$  подключить компараторы. Для каждого звена задать любые 1, 2, 3 параметра неизвестными и на основе выходных сигналов определить эти неизвестные параметры. Для 1 и 2 параметров привести карту идентификации.

## II Часть

1. Для заданной ниже системы по уравнениям составить структурную схему системы, подобрать параметры входного сигнала и элементов системы для достижения устойчивого состояния, выполнить моделирование и привести графики процессов. При необходимости добавить в систему регулятор.

2. Задавая последовательно 1, 2, 3 неизвестных параметра на модели, в программе SimACS выполнить идентификацию объекта и привести результаты.

### *Процедура проведения*

Техническое задание выдается в первую неделю семестра. На защиту студент предоставляет развернутое техническое задание, пояснительную записку на 20-25 страницах в отпечатанном виде, содержащую решение и соответствующие иллюстрации. На защите студент отвечает на вопросы преподавателя.

### *Критерии оценивания*

*Отлично:* за курсовую работу, которая полностью соответствует техническому заданию, пояснительная записка имеет логичное, последовательное изложение материала с соответствующими выводами и обоснованными положениями. При защите студент показывает глубокое знание вопросов темы, легко отвечает на поставленные вопросы.

*Хорошо:* за курсовую работу, которая полностью соответствует техническому заданию, пояснительная записка имеет незначительные недочёты в расчётах, которые незначительно сказываются на полученных результатах, студент без особых затруднений отвечает на поставленные вопросы.

*Удовлетворительно:* за курсовую работу, которая не полностью соответствует техническому заданию, пояснительная записка имеет недочёты в расчётах, которые привели к получению неправильных результатов, студент отвечает на большую часть вопросов.

*Неудовлетворительно:* за курсовую работу, которая полностью не соответствует техническому заданию, пояснительная записка имеет существенные ошибки в расчётах, часть заданий не выполнена, при защите работы студент затрудняется отвечать на поставленные вопросы по ее теме, не знает теории вопроса, при ответе допускает существенные ошибки.

## Методические указания по выполнению курсовой работы

Во введении необходимо кратко написать о вопросах диагностики, управления, идентификации объектов, способах применения для исследуемых объектов.

Материал в первой главе, посвященной исследованию двумерного объекта, необходимо изложить в следующей последовательности:

1. Математическая модель объекта: привести структурную схему, уравнения в матричной форме, выражения для передаточных функций.

2. Выбор параметров и моделирование объекта: построить модель объекта в программном продукте, привести графики объекта.

3. Анализ объекта: составить структурную схему системы и получить теоретические значения выходных сигналов в начальный и конечный момент времени, сравнить их с экспериментальными значениями.

4. Идентификация объекта в частотной области: для каждого звена получить действительную и мнимую части, привести окно идентификации в частотной области и свести результаты в таблицу.

5. Идентификация объекта во временной области: добавить на схему свёртки, привести экранный снимок модели с ним, выходные графики, результаты идентификации в IdACS во временной области.

6. Идентификация объекта гибридными алгоритмами: Выгрузить все выходные сигналы в d-файлы, подключить компараторы и выполнить идентификацию параметров в различных позициях.

Во второй главе, посвященной исследованию процессов реального объекта, необходимо представить следующий материал:

1. Описание исследуемого объекта: привести краткое описание объекта, его параметры и формулы, набранные в редакторе формул.

2. Структурная схема объекта: составить по уравнениям структурную схему, прикрепить экранный снимок и смоделировать её, привести графики.

3. Идентификация параметров объекта: выполнить идентификацию объекта при помощи подключения к его выходному сигналу компаратора.

В заключении необходимо написать о том, что сделано в работе, привести полученные численные значения и максимальную погрешность для основных групп опытов.

## Пример выполнения курсовой работы

Структурная схема исследуемой системы изображена на рисунке 1.

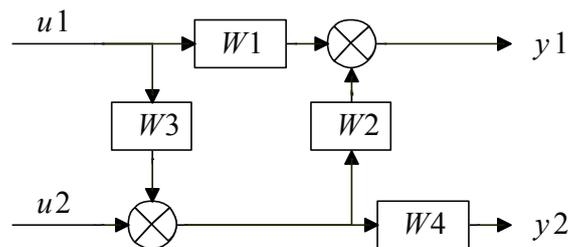


Рис. 1. Структурная схема системы

1. Системы уравнений для первого и второго выхода:

$$\begin{cases} Y_{11} = U_{11}W_1 + Y_{21}W_4^{-1}W_2, & \begin{cases} Y_{21} = U_{11}W_3W_4 + U_{21}W_4 \\ Y_{22} = U_{12}W_3W_4 + U_{22}W_4 \end{cases} \\ Y_{12} = U_{12}W_1 + Y_{22}W_4^{-1}W_2, \end{cases}$$

Системы уравнений приведены к матричному виду:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & Y_{21} & & \\ U_{12} & Y_{22} & & \\ & & U_{11} & U_{21} \\ & & U_{12} & U_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_4^{-1}W_2 \\ W_3W_4 \\ W_4 \end{bmatrix}$$

С помощью системы блочных матричных уравнений получены обобщенные временные последовательности:

$$W_1 = \frac{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} U_{11} & Y_{21} \\ U_{12} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{U_{11}Y_{22} - U_{12}Y_{21}};$$

$$W_3W_4 = \frac{\begin{vmatrix} Y_{21} & U_{21} \\ Y_{22} & U_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} U_{11} & U_{21} \\ U_{12} & U_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{21}U_{22} - Y_{22}U_{21}}{U_{11}U_{22} - U_{12}U_{21}};$$

$$W_4^{-1}W_2 = \frac{\begin{vmatrix} U_{11} & Y_{11} \\ U_{12} & Y_{12} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} U_{11} & Y_{21} \\ U_{12} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{U_{11}Y_{12} - U_{12}Y_{11}}{U_{11}Y_{22} - U_{12}Y_{21}};$$

$$W_4 = \frac{\begin{vmatrix} U_{11} & Y_{21} \\ U_{12} & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} U_{11} & U_{21} \\ U_{12} & U_{22} \end{vmatrix}} = \frac{U_{11}Y_{22} - U_{12}Y_{21}}{U_{11}U_{22} - U_{12}U_{21}};$$

$$W_2 = (W_4^{-1}W_2)W_4 = \frac{U_{11}Y_{12} - U_{12}Y_{11}}{U_{11}U_{22} - U_{12}U_{21}};$$

$$W_3 = (W_3W_4) \frac{1}{W_4} = \frac{Y_{21}U_{22} - Y_{22}U_{21}}{U_{11}Y_{22} - U_{12}Y_{21}}.$$

2. Значения параметров звеньев выбираются таким образом, чтобы обеспечить устойчивость системы.

В программе SimACS построена модель системы для двух опытов (рис. 2).

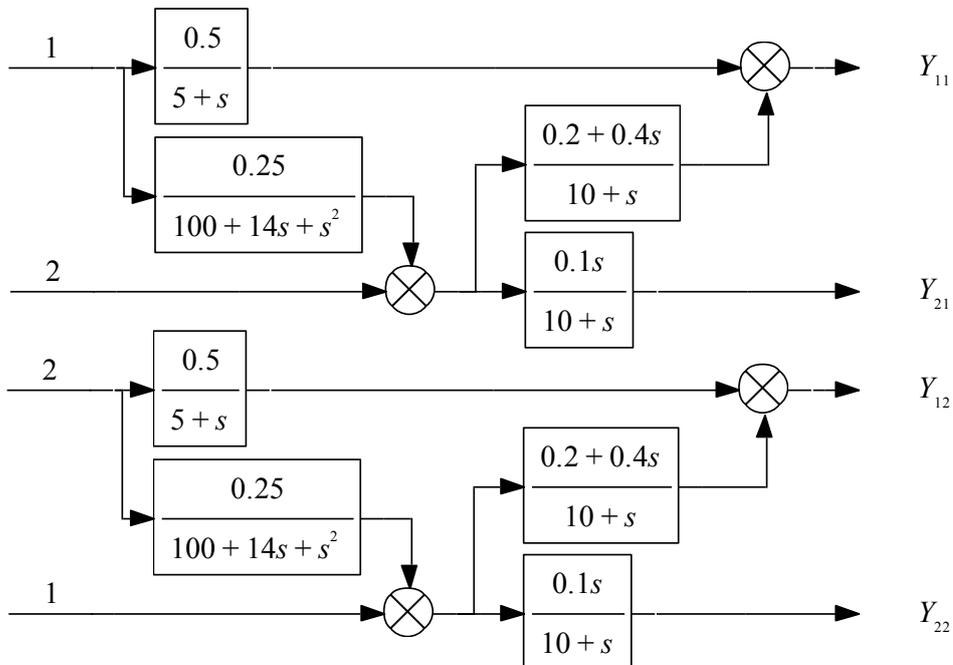


Рис. 2. Модель системы с выбранными параметрами

Проведено моделирование за 2 секунды и в результате получены выходные сигналы системы для двух опытов, которые представлены на рисунке 3.

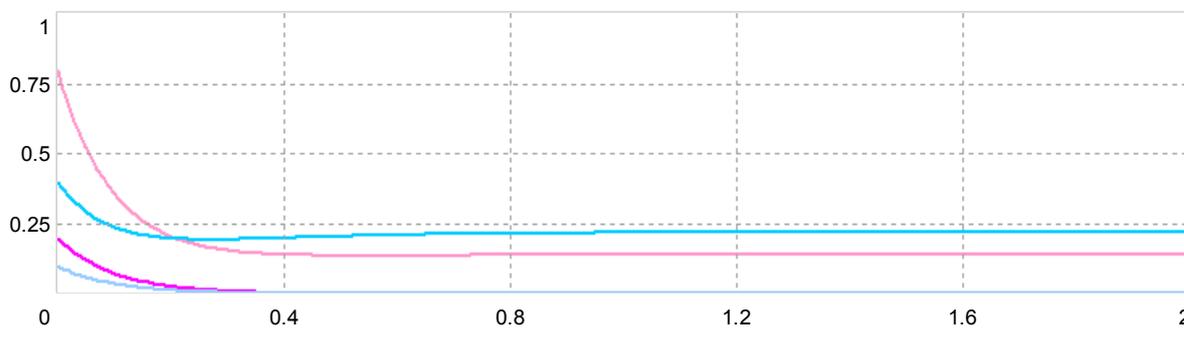


Рис. 3. Графики выходов системы для двух опытов

### 3. Анализ сигналов в начальный момент времени

Выходные сигналы:

$$\begin{cases} Y_{11} = U_{11}W_1(\infty) + Y_{21}W_4^{-1}(\infty)W_2(\infty) \\ Y_{12} = U_{12}W_1(\infty) + Y_{22}W_4^{-1}(\infty)W_2(\infty) \end{cases}, \quad \begin{cases} Y_{21} = U_{11}W_3(\infty)W_4(\infty) + U_{21}W_4(\infty) \\ Y_{22} = U_{12}W_3(\infty)W_4(\infty) + U_{22}W_4(\infty) \end{cases}$$

Сначала определяются сигналы  $Y_{21}$  и  $Y_{22}$ , затем их значения подставляются в выражения для нахождения  $Y_{11}$  и  $Y_{12}$ . В случае если сигналы взаимозависимы, необходимо сначала получить независимые выражения, а потом подставить соответствующие значения.

Значения четырёх передаточных функций равны 0, 0,4, 0 и 0,1 соответственно, тогда значения сигналов для первого выхода равны 0,8 и 0,4, а значения сигналов для второго выхода равны 0,2 и 0,1.

Анализ сигналов в конечный момент времени.

Выходные сигналы:

$$\begin{cases} Y_{11} = U_{11}W_1(0) + Y_{21}W_4^{-1}(0)W_2(0) \\ Y_{12} = U_{12}W_1(0) + Y_{22}W_4^{-1}(0)W_2(0) \end{cases}, \quad \begin{cases} Y_{21} = U_{11}W_3(0)W_4(0) + U_{21}W_4(0) \\ Y_{22} = U_{12}W_3(0)W_4(0) + U_{22}W_4(0) \end{cases}$$

Значения четырёх передаточных функций равны 0,1, 0,02, 0,0025 и 0 соответственно, тогда значения сигналов для первого выхода равны 0,14 и 0,22, а значения сигналов для второго выхода равны 0.

Результаты сравнения значений выходных сигналов, полученных теоретическим и экспериментальным методами, сведены в таблицы 1 и 2.

Таблица 1

Параметр	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{21}$	$Y_{22}$
Теоретическое	0,8	0,4	0,2	0,1
Экспериментальное	0,8	0,4	0,2	0,1
Погрешность, %	0	0	0	0

Таблица 2

Параметр	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{21}$	$Y_{22}$
Теоретическое	0,14	0,22	0	0
Экспериментальное	0.140045	0,220091	0	0
Погрешность, %	0,03	0,04	0	-

#### 4. Идентификация во временной области

Используя обобщенные временные последовательности, путем применения свертки сигналов для каждой передаточной функции отдельно формируются числитель и знаменатель. Например, для звена  $W_1$  модель системы со сверткой имеет следующий вид (рис. 4):

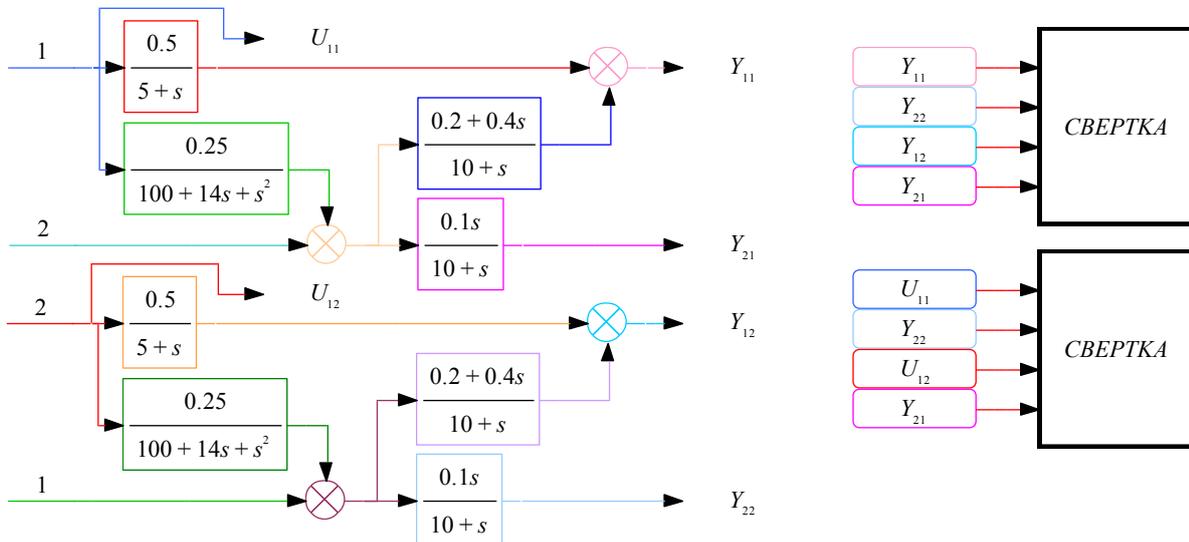


Рис. 4. Модель системы для получения обобщенных координат  $W_1$

На рисунке 5 представлен диалог с результатами идентификации  $W_1$ .

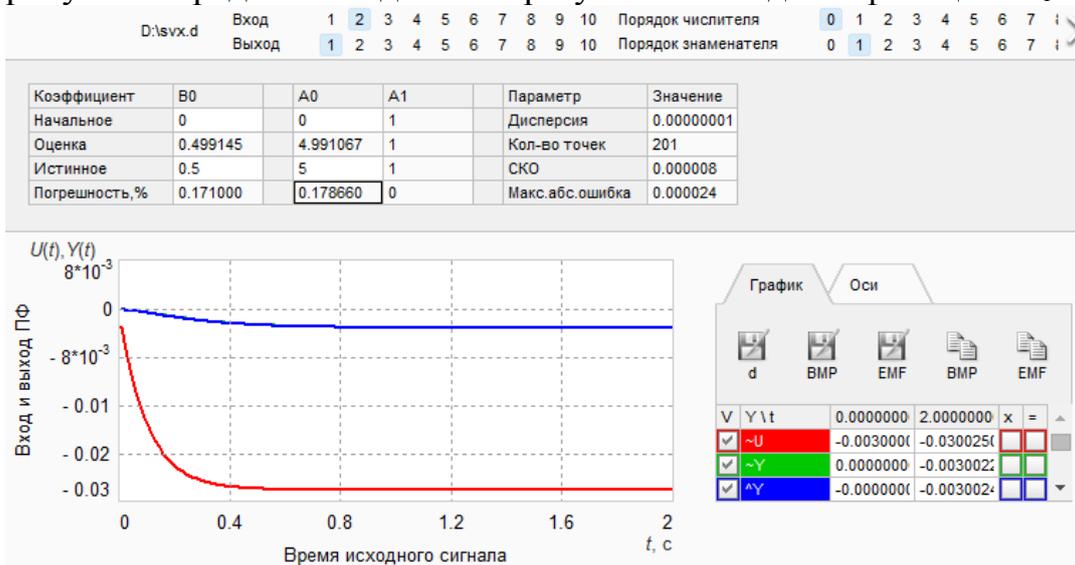


Рис. 5. Диалог с результатами идентификации  $W_1$

Сравнение оценочных значений параметров с истинными сведено в табл. 3.

Таблица 3

Коэффициент	B0	A0	A1
Оценка	0,499145	4,991067	1
Истинное	0,5	5	1
Погрешность, %	0,171	0,17866	0

Аналогично выполняется идентификация для остальных звеньев.

5. В программе MathCAD проектируются звенья исследуемой системы, по которым осуществляется анализ в начальный и конечный момент времени. Для каждого звена строится график АФЧХ. Например, для первого звена окно программы имеет вид (рис. 6):

$$W1(w) := \frac{0.5}{5 + i \cdot w} \quad W2(w) := \frac{0.2 + 0.4 \cdot i \cdot w}{10 + i \cdot w} \quad W3(w) := \frac{0.25}{100 + 14 \cdot i \cdot w + (i \cdot w)^2} \quad W4(w) := \frac{0.1 \cdot i \cdot w}{10 + i \cdot w}$$

$$U11 := 1 \quad U12 := 2 \quad U21 := 2 \quad U22 := 1$$

$$Y21(w) := U11 \cdot W3(w) \cdot W4(w) + U21 \cdot W4(w)$$

$$Y22(w) := U12 \cdot W3(w) \cdot W4(w) + U22 \cdot W4(w)$$

$$Y11(w) := U11 \cdot W1(w) + Y21(w) \cdot W4(w)^{-1} \cdot W2(w)$$

$$Y12(w) := U12 \cdot W1(w) + Y22(w) \cdot W4(w)^{-1} \cdot W2(w)$$

$$ZW1(w) := \frac{Y11(w) \cdot Y22(w) - Y12(w) \cdot Y21(w)}{U11 \cdot Y22(w) - U12 \cdot Y21(w)}$$

$$\infty := 10^{100} \quad \circ 0 := 10^{-10}$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} W1(w) \rightarrow 0$$

$$|Y11(\infty) \cdot Y22(\infty) - Y12(\infty) \cdot Y21(\infty)| = 0$$

$$|U11 \cdot Y22(\infty) - U12 \cdot Y21(\infty)| = 0.3 \quad |ZW1(\infty)| = 0$$

$$\lim_{w \rightarrow 0} W1(w) \rightarrow .10000000000000000000$$

$$|Y11(\circ 0) \cdot Y22(\circ 0) - Y12(\circ 0) \cdot Y21(\circ 0)| = 3 \times 10^{-13}$$

$$|U11 \cdot Y22(\circ 0) - U12 \cdot Y21(\circ 0)| = 3 \times 10^{-12} \quad |ZW1(\circ 0)| = 0.1$$

$$j := 0, 1.. 500$$

$$T_{j,0} := j \cdot 1.0 + 0.00001 \quad T_{j,1} := \operatorname{Re}(W1(T_{j,0})) \quad T_{j,2} := \operatorname{Im}(W1(T_{j,0}))$$

$$\operatorname{PRNCOLWIDTH} := 16 \quad \operatorname{WRITEPRN}("W1.PRN") := T$$

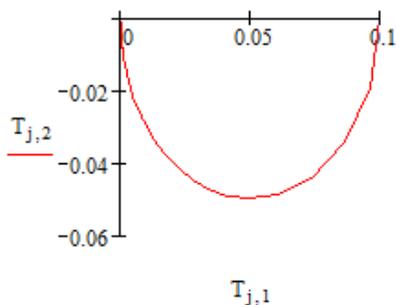


Рис. 6. Окно программы MathCAD с расчётами

Полученные значения передаточных функций при помощи пределов и при помощи обобщенных временных последовательностей совпадают.

Действительная и мнимая части передаточной функции выведены в файл PRN, который применяется для идентификации в частотной области.

## 6. Идентификация в частотной области

На рисунке 7 представлен диалог с результатами идентификации  $W_1$ .

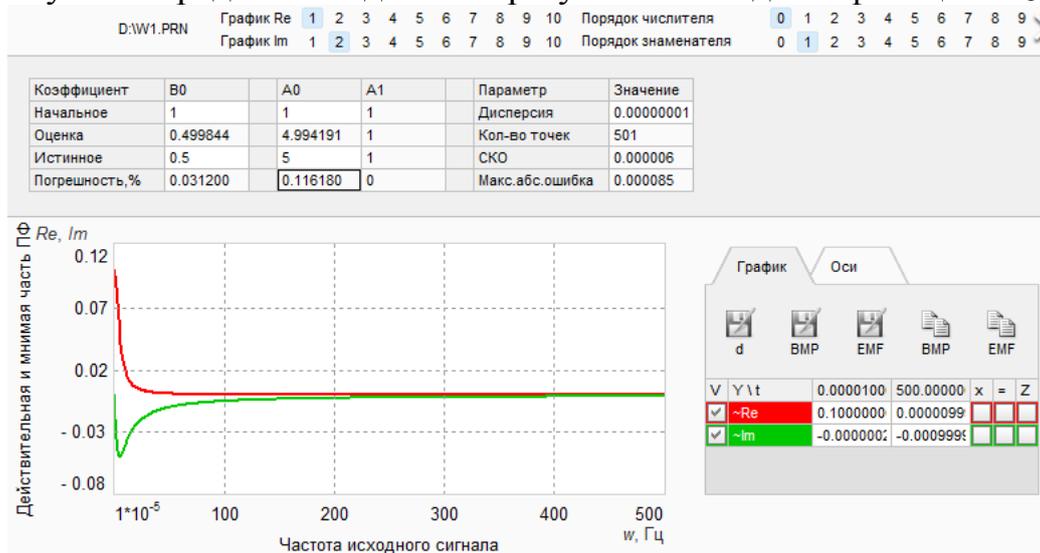


Рис. 7. Диалог с результатами идентификации  $W_1$

Сравнение оценочных значений параметров с истинными сведено в табл. 4.

Таблица 4

Коэффициент	B0	A0	A1
Оценка	0,499844	4,994191	1
Истинное	0,5	5	1
Погрешность, %	0,0312	0,11618	0

Аналогично выполняется идентификация для остальных звеньев.

7. Идентификация исследуемого объекта другим методом осуществляется путём регистрации всех выходных сигналов системы с последующим указанием неизвестных параметров звеньев модели.

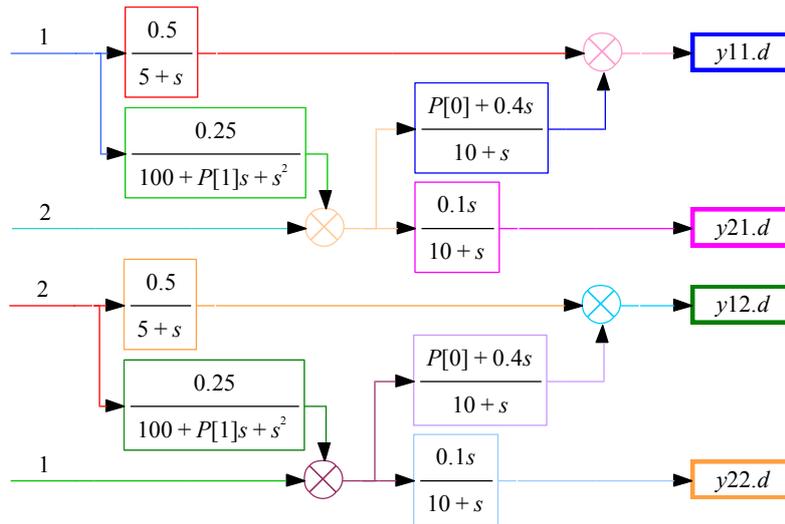


Рис. 8. Модель системы для проведения идентификации

В результате проведения идентификации получены оценочные значения параметров 0,2 и 14. Они полностью совпадают с истинными значениями. Среднеквадратичное отклонение равно 0. Карта идентификации (рис. 9):

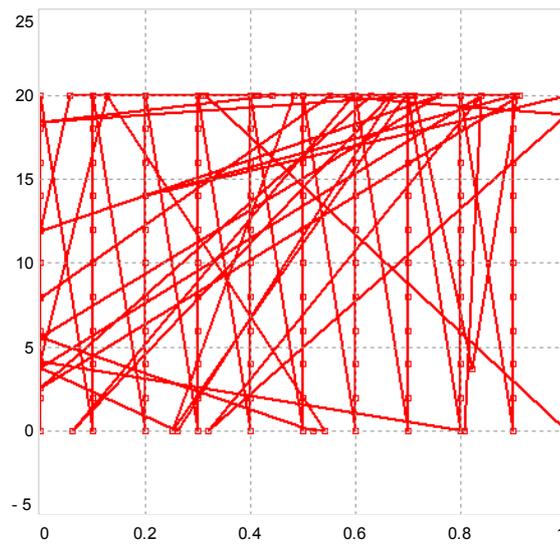


Рис. 9. Карта поиска минимального среднеквадратичного отклонения

Аналогично выполняется идентификация для остальных случаев.

Часть 2. Имеется реальная система, на вход которой подаётся стабильное напряжение  $U$ , равное 1 В. Уравнения, описывающие процессы реальной системы, имеют следующий вид:

$$T_d \ddot{U}_d + \dots = K_d U - U_{я},$$

$$\ddot{U}_я + \dots = J_d.$$

Тогда для каждого уравнения в левой части уравнения необходимо оставить только старшую производную и выполнить подстановку  $s = d/dt$ .

$$sU_d = \frac{K_d}{T_d}U - \frac{1}{T_d}U_y - \frac{K_{dd}}{T_d}U_d,$$

$$s^2U_y = K_yU_d - T_y sU_y.$$

Структурная схема системы строится путём реализации каждого уравнения при помощи суммирующих блоков и интеграторов. Подставив значения параметров  $K_d=0,5$ ,  $K_{dd}=10$ ,  $K_y=0,2$ ,  $T_d=10$ ,  $T_y=0,4$ , будет получена следующая структурная схема (рис. 10) и выходной процесс (рис. 11):

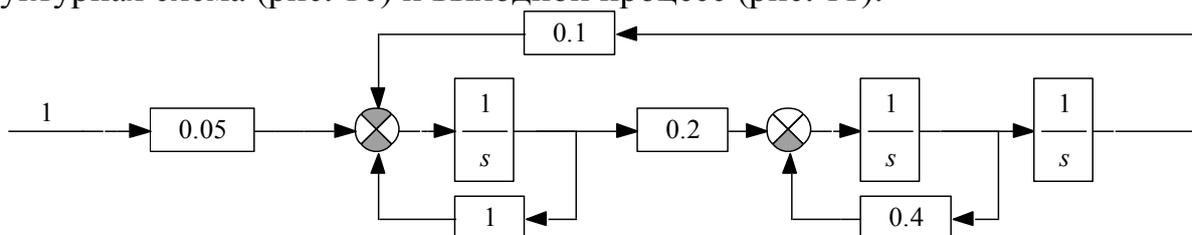


Рис. 10. Структурная схема исследуемой системы

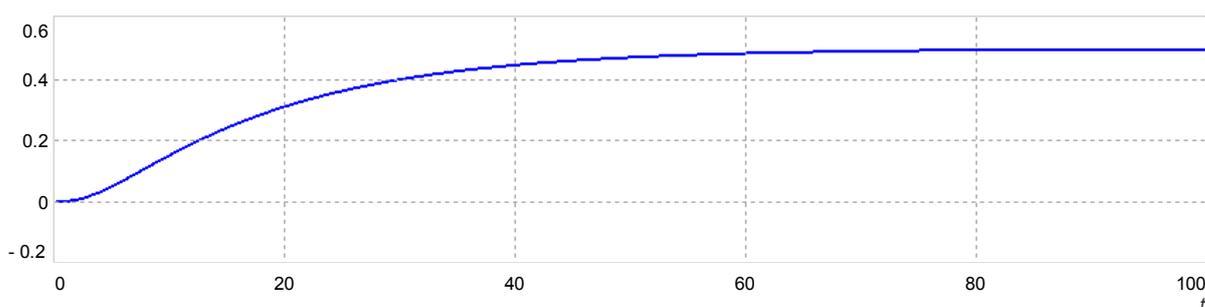


Рис. 11. Выход системы

Для проведения идентификации на структурную схему добавляется компаратор и задаются неизвестные параметры (рис. 12):

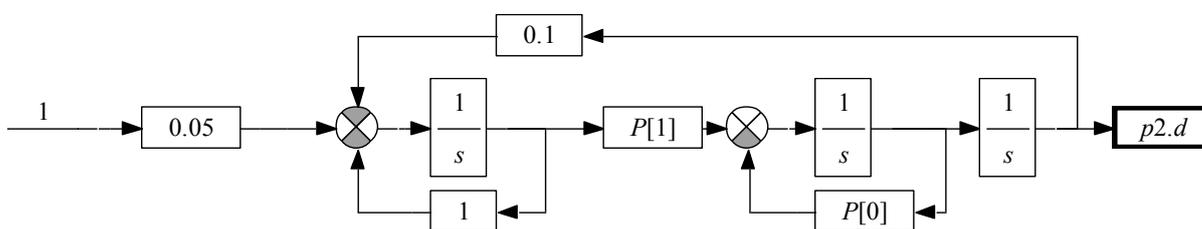


Рис. 12. Структурная схема системы для проведения идентификации

В результате получены значения параметров 0,4 и 0,2, что соответствует истинным значениям. Среднеквадратичное отклонение составило 0.

Аналогично проводится идентификация для одного и трёх параметров.

## Список литературы

1. Плотникова, Н. В. Математические модели объектов и процессов, их моделирование и идентификация [Текст] : учеб. пособие по направлению 09.04.01 "Информатика и вычисл. техника" и др. / Н. В. Плотникова, В. П. Щербаков ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Системы упр.; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2015. — 23 с. — Режим доступа: [http://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU\\_METHOD&key=000555295&dtype=F&etype=.pdf](http://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000555295&dtype=F&etype=.pdf) — Загл. с экрана.
2. Плохотников, К.Э. Методы разработки математических моделей и вычислительный эксперимент на базе пакета MATLAB. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Э. Плохотников. — Электрон. дан. — Москва : СОЛОН-Пресс, 2017. — 628 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92996>. — Загл. с экрана.
3. Задорожная, Н.М. Основы теории и проектирования систем управления. Методология. Математические модели [Электронный ресурс] : методические указания / Н.М. Задорожная. — Электрон. дан. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. — 36 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/103603>. — Загл. с экрана.
4. Щербаков, В.П. Моделирование и автоматизированное проектирование систем управления. Учебное пособие / В.П. Щербаков, О.О. Павловская. — Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. — 32 с. — Режим доступа: [http://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU\\_METHOD&key=000555207&dtype=F&etype=.pdf](http://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000555207&dtype=F&etype=.pdf) — Загл. с экрана.
5. Казиев, В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.М. Казиев. — Электрон. дан. — Москва : , 2016. — 270 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100674>. — Загл. с экрана.